

Кластеризация темной материи в малых масштабах

Березинский В.С.

(Laboratori Nazionali del Gran Sasso, Italy)

Докучаев В.И & Ерошенко Ю.Н.

(Институт ядерных исследований РАН)

- Состав Вселенной (по данным WMAP за три года, [arXiv:astro-ph/0603449v2](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0603449v2)):

Плоская модель $\Omega = 1$ с космологической постоянной.

$$\Omega_m h^2 = 0.1277 + 0.0080 - 0.0079 \text{ (если } h = 0.732, \text{ то } \Omega_m = 0.24)$$

$$\Omega_b h^2 = 0.02229 \pm 0.00073$$

$$h = 0.732 + 0.031 - 0.032$$

$$n_s = 0.958 \pm 0.016$$

$$\tau = 0.089 \pm 0.030$$

$$\sigma_8 = 0.761 + 0.049 - 0.048$$

$$r_{0.002} < 0.65 \text{ (95\% CL)}$$

Обилие легких хим. элементов в модели первичного нуклеосинтеза, крупномасштабная структура Вселенной, светимость-расстояние для сверхновых.

$$\text{Ур-е сост. темной энергии } w \equiv p/\rho = -0.967 + 0.073 - 0.072 \text{ (WMAP+SNLS)}$$

$$\Omega_\Lambda = 0.716 \pm 0.055 \text{ (WMAP+HST)}$$

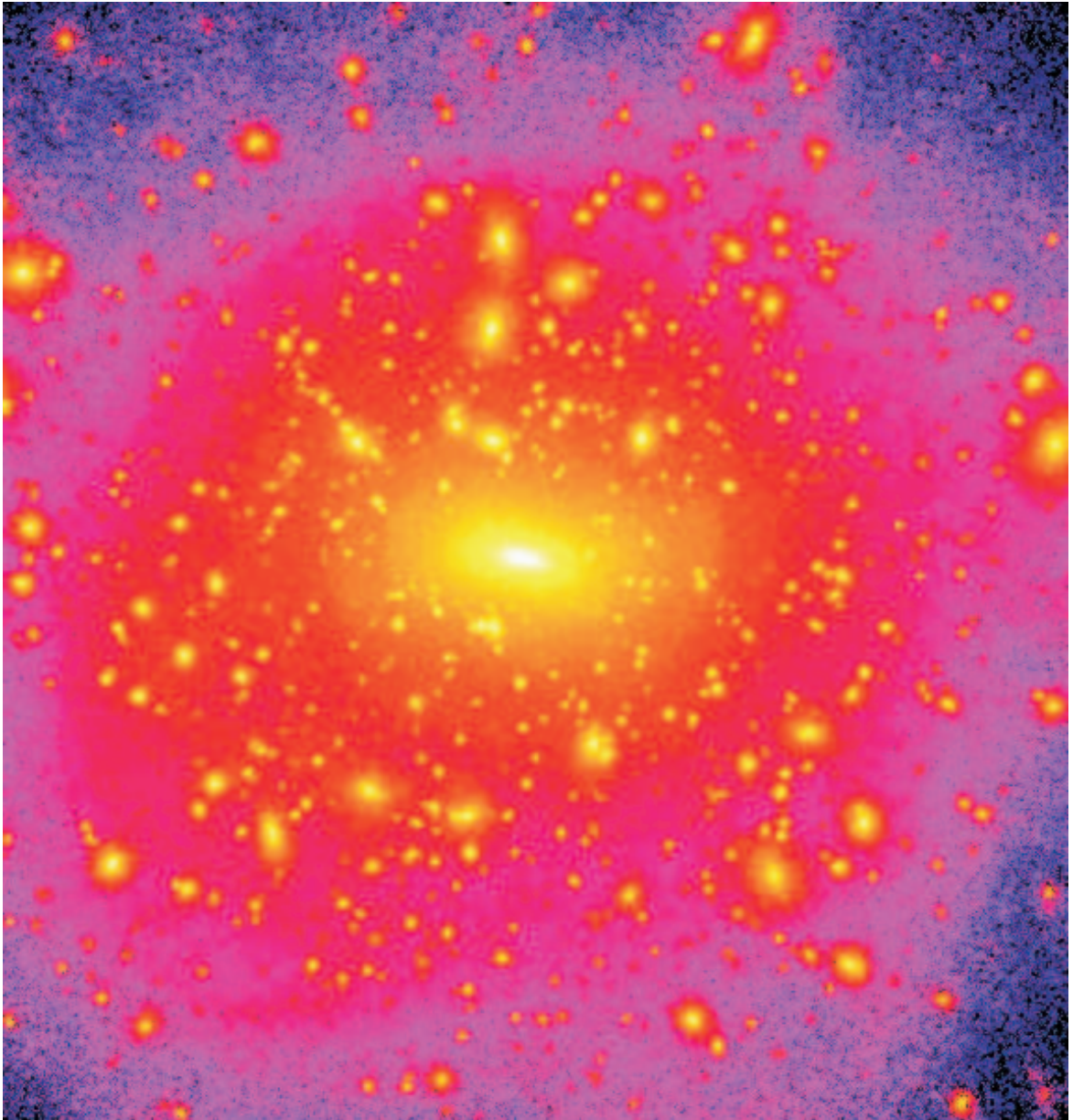
● Темная материя

- WIMPs - тяжелые частицы - холодная темная материя
- аксионы
- легкие частицы - "теплая" и "горячая" темная материя
- первичные черные дыры
- скрытые барионы: коричневые карлики, "Юпитеры", холодный газ, капли жидкого водорода - проблема с первичным нуклеосинтезом и теорией эволюции звезд

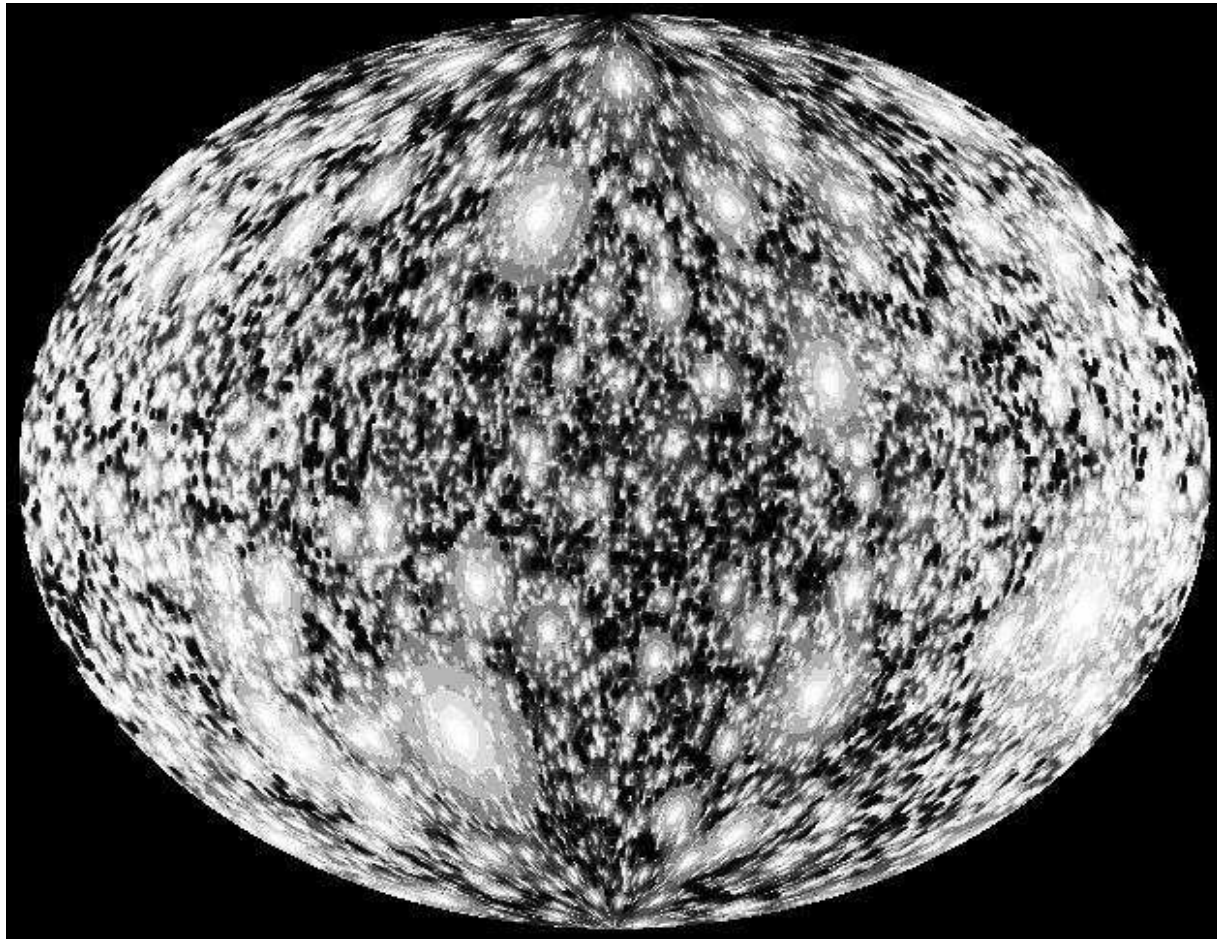
Частицы нейтралино из моделей Суперсимметрии рассматриваются как наиболее вероятные кандидаты.

Детекторы частиц темной материи (DAMA и др.). Прямой поиск на LHC в ЦЕРНе. Косвенные данные - продукты аннигиляции.

Холодная темная материя гравитационно неустойчива и (при наличии возмущений плотности) может кластеризоваться - образовывать сгустки во всех масштабах.



- Светимость Галактики в гамма-лучах



$$M_{min} = 10^5 - 10^8 M_{\odot}$$

(Aloisio, Blasi & Olinto, 2002)

• Спектр космологических возмущений плотности $\delta(\vec{r}) = (\rho(\vec{r}) - \bar{\rho})/\bar{\rho}$

Спектр мощности $P(k)$: $\langle \delta_{\vec{k}}^* \delta_{\vec{k}'} \rangle = (2\pi)^3 P(k) \delta_D^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}')$

Transfer function $T(k)$: $P_{\text{eq}}(k) = P_p(k) T^2(k)$

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk P(k) W(k, R)$$

Степенной спектр $P_{\text{eq}}(k) \propto k^n$, $\sigma_{\text{eq}}(M) \propto M^{-(n+3)/6}$

Эффективный показатель степени спектра $n = -3 - 6 \frac{\partial \ln \sigma_{\text{eq}}(M)}{\partial \ln M}$

Спектр Гаррисона-Зельдовича $n_s = 1$

$$\sigma_{\text{eq}}(M) \simeq \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{f_s(\Omega_\Lambda)}} \left[\ln \left(\frac{k}{k_{\text{eq}}} \right) \right]^{3/2} \left(\frac{k}{k_{h0}} \right)^{(n_s-1)/2}$$

Нестандартные спектры: $\delta_{\text{H}} \sim M_{\text{Pl}}^{-3} V^{3/2} / V'$

• Running-spectral index $dn_s/dk \neq 0$

• Особенности в инфляционном потенциале (Старобинский, 1992)

Нейтральные звезды (Гуревич, Зыбин, Сирота, 1997)

- Минимальная масса сгустка

$$M_{\min} \sim 10^{-12} M_{\odot}$$

(Zybin, Vysotsky, Gurevich, 1999)

$$M_{\min} \sim (10^{-7} - 10^{-6}) M_{\odot}$$

(Schwarz, Hofmann, Stocker, 2001)

$$M_{\min} \sim 10^{-4} M_{\odot}$$

(Loeb, Zaldarriaga, 2005)

$$M_{\min} \sim (10^{-5} - 10^{-4}) M_{\odot}$$

(Bertschinger, 2006)

Кинетическое отщепление от плазмы $\frac{1}{\tau_{rel}} \simeq H(t)$

Время релаксации по энергии

$$\frac{1}{\tau_{rel}} = \frac{1}{E_k} \frac{dE_k}{dt} = \frac{40}{2E_k m_{\chi}} \int d\Omega \int d\omega n_0(\omega) \left(\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} \right)_{fL\chi} (\delta p)^2$$

$$t_d = 3 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m_{\chi}}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{-1/2} \left(\frac{\tilde{M}}{1 \text{ ТэВ}} \right)^{-2} \left(\frac{g_*}{10} \right)^{-3/4} \text{ с}$$

$$T_d = 150 \left(\frac{m_{\chi}}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{1/4} \left(\frac{\tilde{M}}{1 \text{ ТэВ}} \right) \left(\frac{g_*}{10} \right)^{1/8} \text{ МэВ}$$

Завал спектра за счет диффузии $\frac{\partial \delta(\vec{x}, t)}{\partial t} = \frac{D(t)}{a^2(t)} \Delta_{\vec{x}} \delta(\vec{x}, t)$

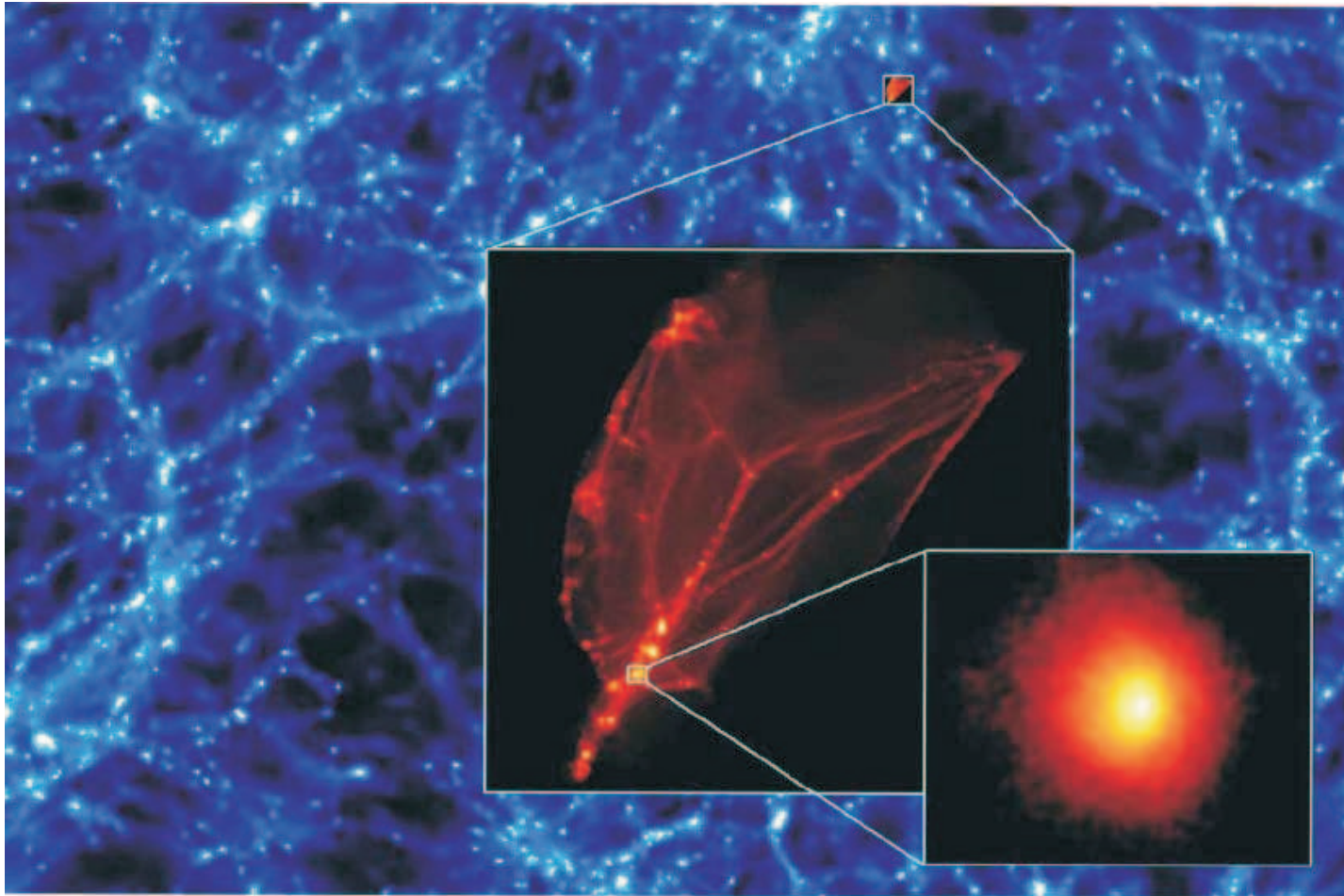
$$M_D = \frac{4\pi}{3} \rho_\chi(t_d) \lambda_D^3(t_d) \simeq 10^{-13} M_\odot$$

Завал спектра за счет свободного разлета (free streaming)

$$\vec{x} = \vec{q} + \int_{t_d}^t \vec{v}(t') dt' / a(t')$$

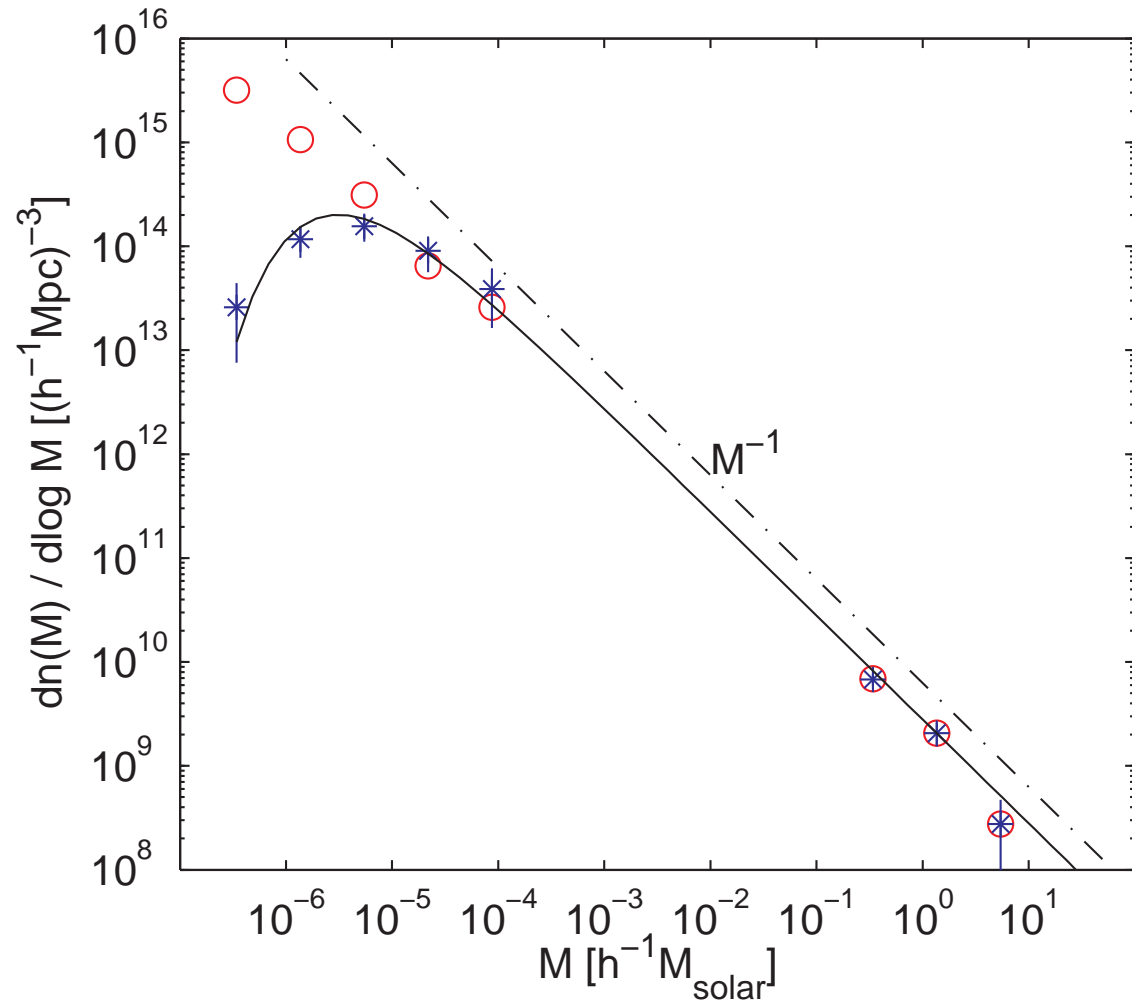
$$M_{\min} = M_{\text{FS}} = 10^{-8} \left(\frac{m_\chi}{100 \text{ GeV}} \right)^{-15/8} \left(\frac{\tilde{M}}{1 \text{ TeV}} \right)^{-3/2} \left(\frac{g_*}{10} \right)^{-15/16} M_\odot$$

- Мелкомасштабные сгустки, численное моделирование



3 кпк 60 пк 0.024 пк
 $N = 62 \cdot 10^6$, $m = 1.2 \cdot 10^{-10} M_{\odot}$, $z = 350 \rightarrow 26$
(Diemand, Moore & Stadel, 2005)

● Функция масс сгустков



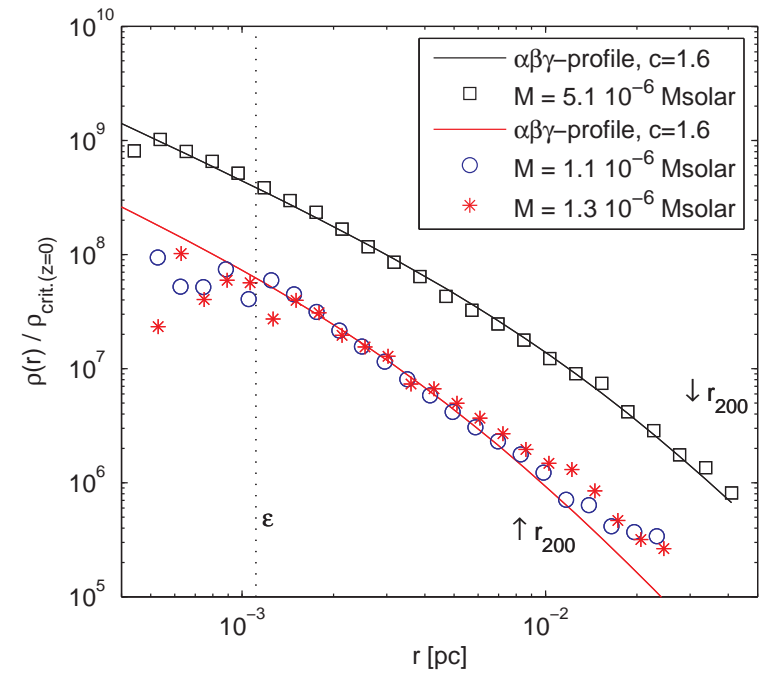
(Diemand, Moore & Stadel, 2005)

- Структура сгустка

Профиль плотности:

$$\rho_{\text{int}}(r) = \begin{cases} \rho_c, & r < R_c; \\ \rho_c \left(\frac{r}{R_c}\right)^{-\beta}, & R_c < r < R; \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (1)$$

где $\beta \simeq 1.8$ (Гуревич, Зыбин, 1988)



размер ядра $R_c/R \simeq 0.01$ (Moore et al., 2005)

- Аннигиляция частиц темной материи

Темп аннигиляции в единичном сгустке $\dot{N}_{\text{cl}} = 4\pi \int_0^{\infty} r^2 dr \rho_{\text{int}}^2(r) m_{\chi}^{-2} \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$

Концентрация сгустков в гало Галактики $dN_{\text{cl}} = n_{\text{cl}}(l, M, R) d^3l dM dR$

Наблюдаемый (в принципе) сигнал

$$I_{\text{cl}} = \frac{\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle}{4\pi} \int_0^{\pi} d\zeta \sin \zeta \int_0^{r_{\text{max}}(\zeta)} \frac{2\pi r^2 dr}{r^2} \int_{M_{\text{min}}}^{M_{\text{max}}} dM \int_{R_{\text{min}}}^{R_{\text{max}}} dR n_{\text{cl}}(l(\zeta, r), M, R) \dot{N}_{\text{cl}}$$

Сигнал от диффузной темной материи

$$I_{\text{hom}} = \frac{\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle}{2} \int_0^{\pi} d\zeta \sin \zeta \int_0^{r_{\text{max}}(\zeta)} dr \frac{\rho_{\text{DM}}^2(l(\zeta, r))}{m_{\chi}^2}$$

- Усиление аннигиляционного сигнала благодаря сгусткам

$$\eta = \frac{I_{\text{cl}} + I_{\text{hom}}}{I_{\text{hom}}} \approx 1 + \xi S(x_c, \beta) \frac{\bar{\rho}_{\text{int}}}{\tilde{\rho}_{\text{DM}}}$$

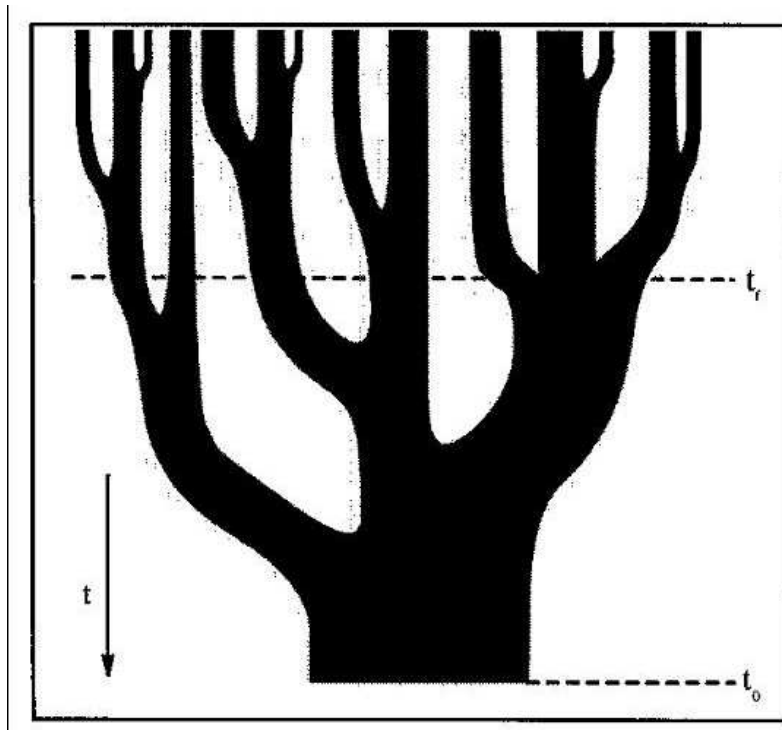
Типичные величины: $S \simeq 5$, $\tilde{\rho}_H \sim 0.3 \text{ ГэВ см}^{-3}$, $\bar{\rho}_{\text{int}} \sim 10^{-20} \text{ г см}^{-3}$, доля темной материи в форме сгустков - $\xi \sim 0.001$

$$\boxed{\eta \sim 10^2}$$

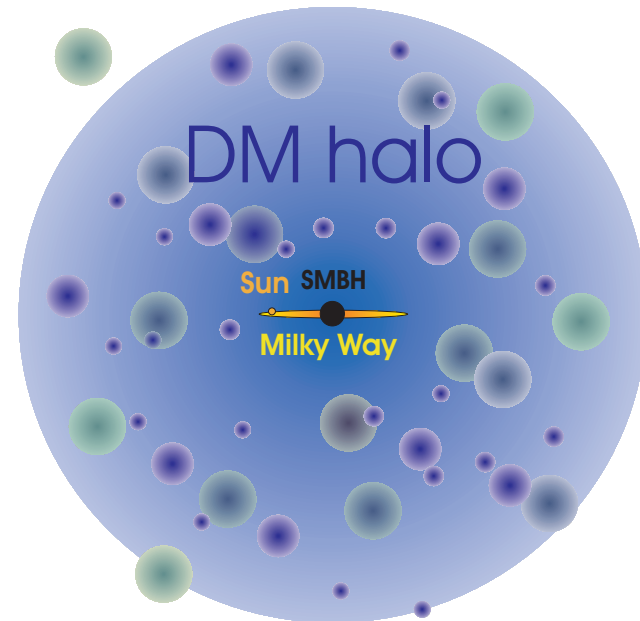
Концентрация свободных сгустков

$$\phi_{PS} dM = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\rho}{M} \frac{\delta_c}{D(t) \sigma_{\text{eq}}^2} \frac{d\sigma_{\text{eq}}}{dM} \exp\left[\frac{-\delta_c^2}{2D(t)^2 \sigma_{\text{eq}}^2}\right] dM$$

(Press, Schechter, 1974)



Small-scale DM clumps in the Galactic halo



Критерий разрушения $\Delta E \geq |E| \sim GM^2/2R$

Темп набора энергии $T^{-1} = \dot{E}/|E|$

Доля сгустков, избежавших разрушения e^{-J} , где

$$J \simeq \sum_{M_h} \frac{\Delta t}{T} \simeq \int_{t_1}^{t_f} \frac{dt_h}{T(\rho, \rho_h)} \simeq \gamma \frac{\rho_1 - \rho_f}{\rho} \simeq \gamma \frac{\rho_1}{\rho} \simeq \gamma \frac{t^2}{t_1^2}$$

- суммирование по промежуточным сгусткам

Функция масс

$$\xi \frac{dM}{M} d\nu = dM d\nu \frac{e^{-\nu^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \int_{t(\nu\sigma_{\text{eq}})}^{t_0} dt_1 \left| \frac{\partial^2 F(M, t_1)}{\partial M \partial t_1} \right| e^{-J(t, t_1)} \simeq \frac{\nu d\nu}{\sqrt{2\pi}} e^{-\nu^2/2} f_1(\gamma) \frac{d \log \sigma_{\text{eq}}(M)}{dM} dM,$$

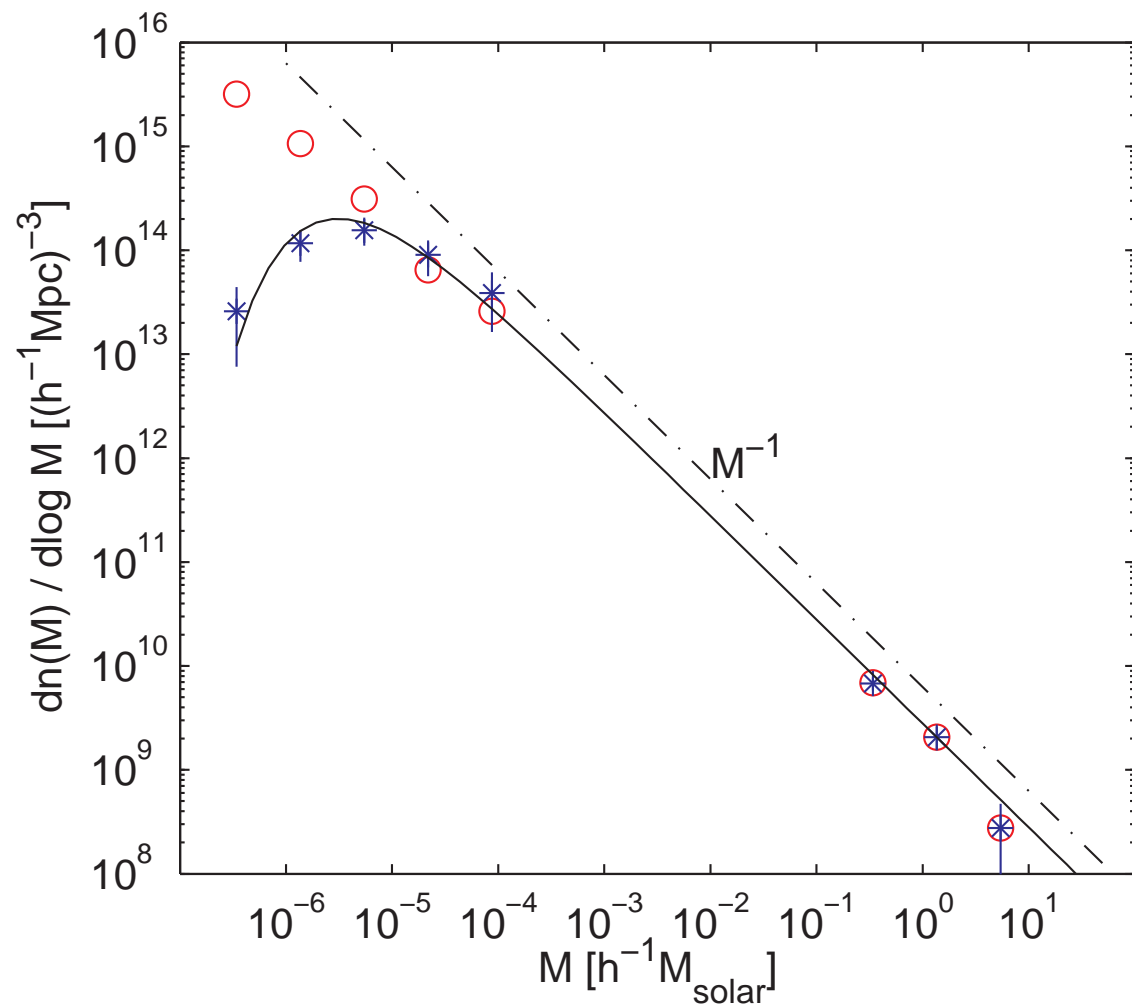
где

$$f_1(\gamma) = \frac{2[\Gamma(1/3) - \Gamma(1/3, \gamma)]}{3\sqrt{2\pi}\gamma^{1/3}}, \quad f_1(\gamma) \simeq 0.2 - 0.3 \text{ при } 14 < \gamma < 40$$

Интегральная функция масс и концентрация сгустков в гало

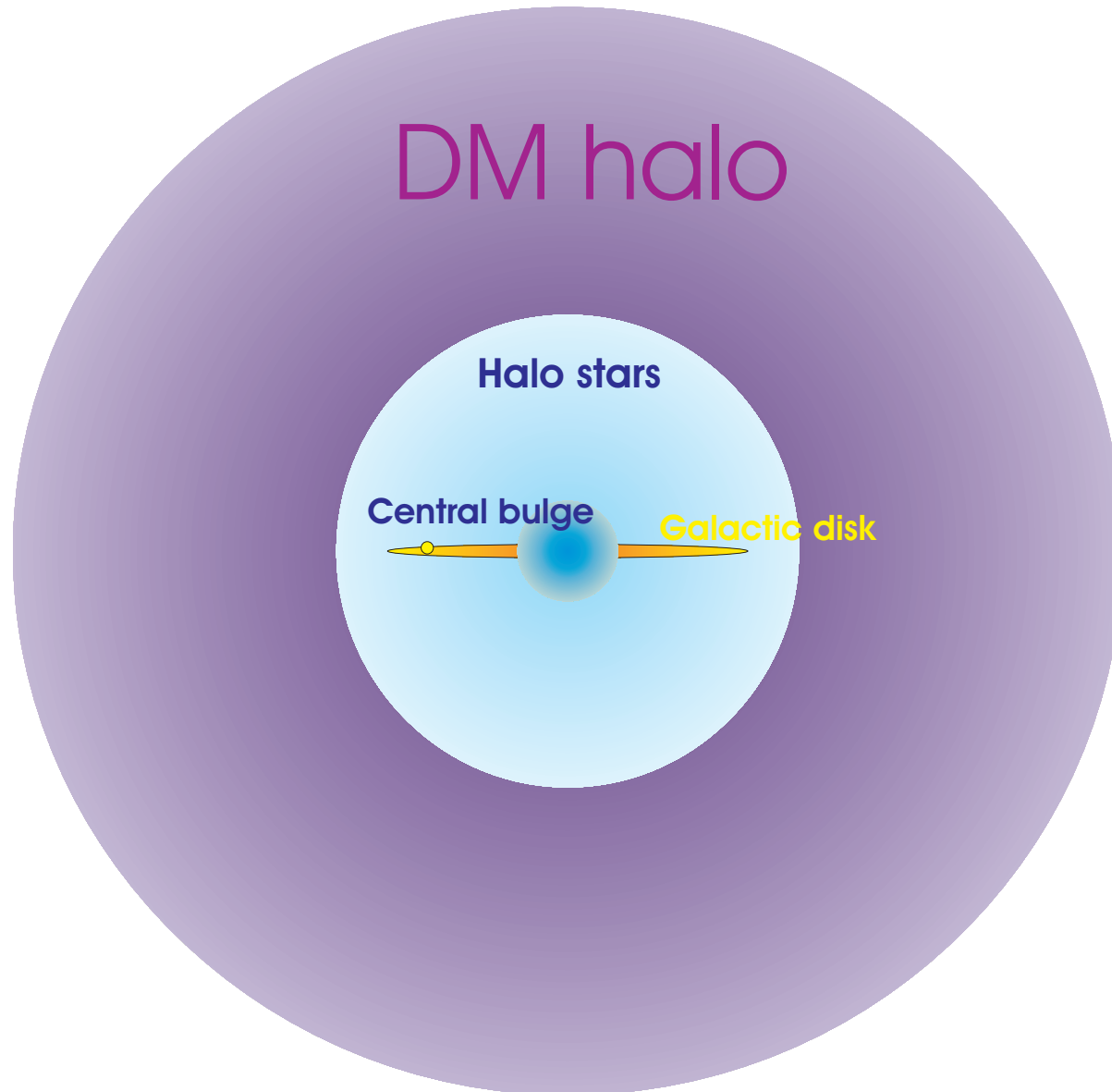
$$\xi_{\text{int}} \frac{dM}{M} \simeq 0.02(n+3) \frac{dM}{M}, \quad n_{\text{cl}}(M, R) d \ln M d \ln R = \frac{\rho_{\text{DM}}(r_{\odot})}{M} \xi(M, \nu) d \ln M d \nu$$

(Березинский, Докучаев, Ерошенко, 2003, 2006)



(Diemand, Moore & Stadel, 2005)

Stellar components of the Milky Way



- Разрушение сгустков диском

"Гравитационные удары" при пролете через диск (Ostriker, Spitzer, Chevalier, 1972):

$$\delta E = \frac{4g_m^2 (\Delta z)^2 m}{v_{z,c}^2} A(a)$$

Влияние приливных сил на звездные системы: (Gnedin, Ostriker 1997, 1999), (Gnedin, Hernquist, Ostriker, 1999), (Gnedin, Lee, Ostriker, 1999), (Gnedin, 2003)

$A(a)$ - адиабатическая поправка (Weinberg, 1994), (Gnedin, Ostriker 1999)

$a = \omega \tau_d$, $A(a) = 1$ при $a \ll 1$ и $A(a) \ll 1$ при $a \gg 1$

$A(a) = (1 + a^2)^{-3/2}$ (Gnedin, Ostriker 1999)

изотропная модель гало:

$$\rho(r) = 4\pi \int_{U(r)}^0 dE \sqrt{2[E - U(r)]} f(E)$$

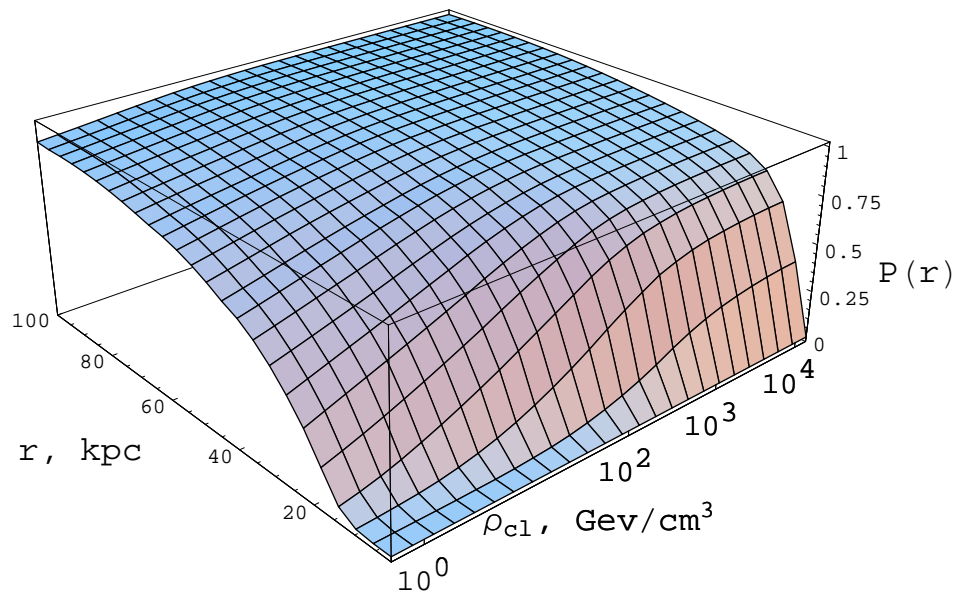
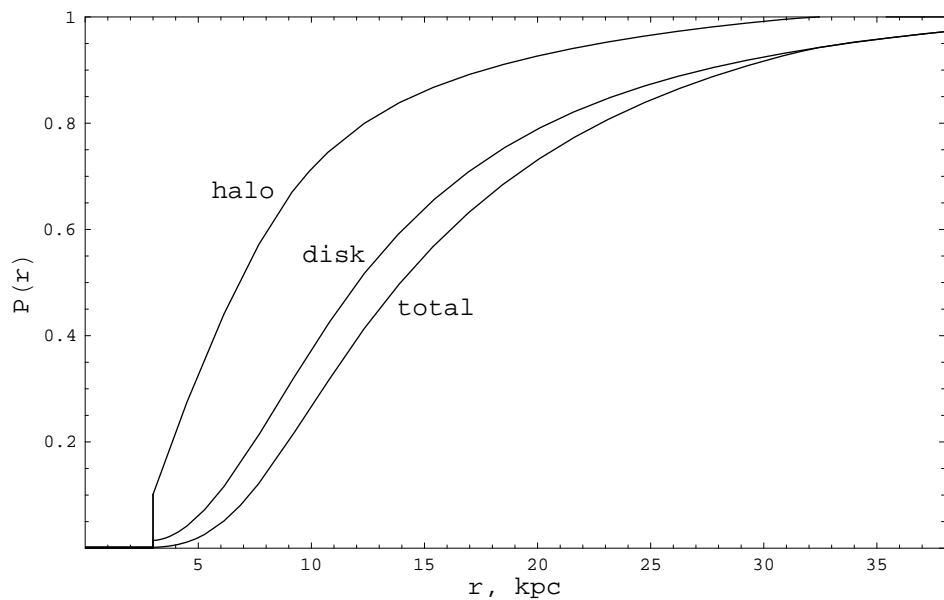
экспоненциальный диск: $g_m(r) = 2\pi G \sigma_s(r)$, $\sigma_s(r) = \frac{M_d}{2\pi r_0^2} e^{-r/r_0}$

- Разрушение сгустков звездами

$$\Delta E = \frac{1}{2} \int d^3r \rho(r) (v_z - \tilde{v}_z)^2, \quad \dot{E} = \int_{l_*}^{\infty} 2\pi l v_{\text{rel}} dl \Delta E(l) n_*, \quad t_*^{-1} = \pi l_*^2 v_{\text{rel}} n_* + \frac{\dot{E}(l > l_*)}{|E|}$$

Вероятность выживания сгустка:

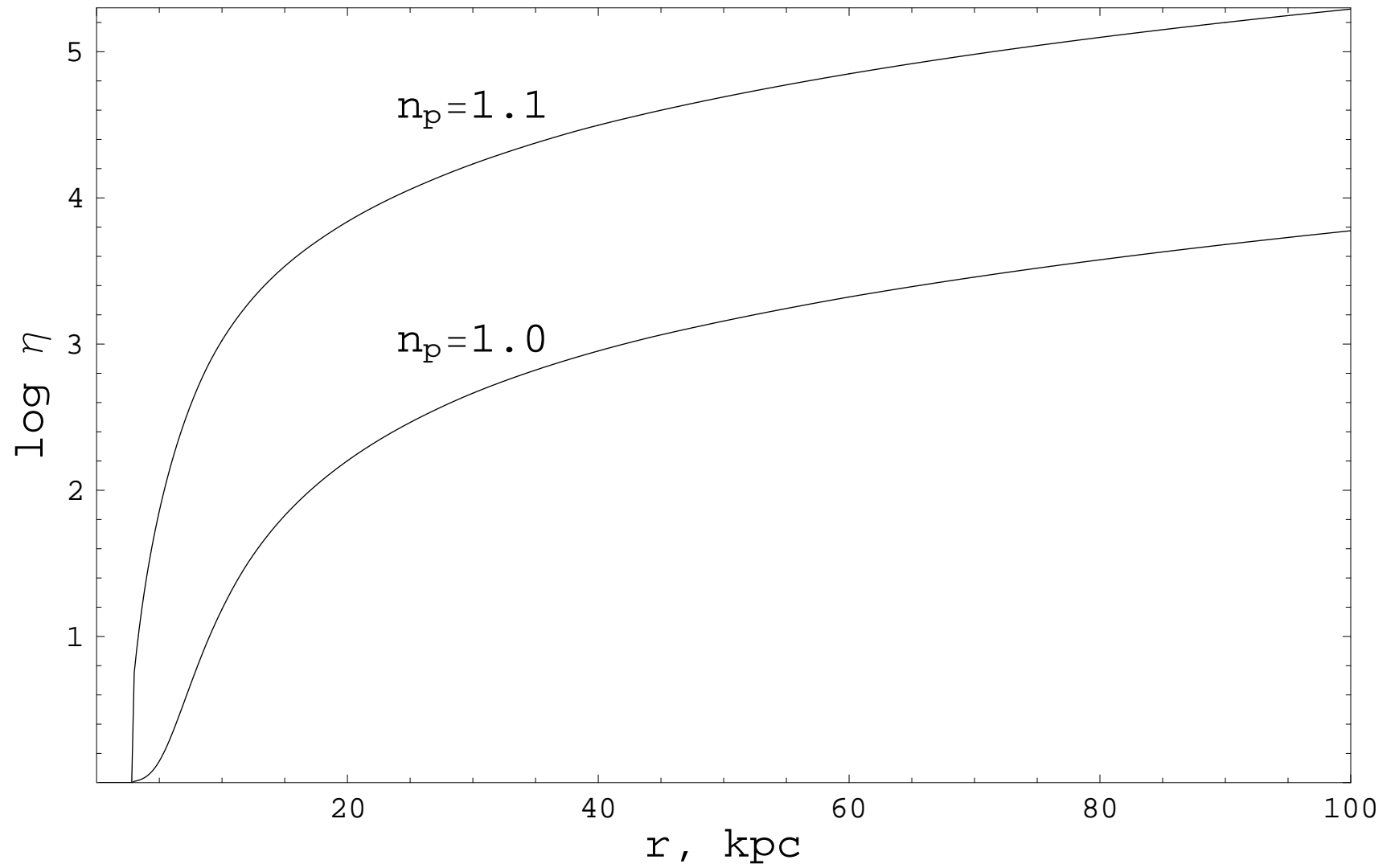
$$P(x, \alpha) = \frac{4\pi\sqrt{2}}{\tilde{\rho}(x) \sin \alpha} \int_0^1 dp \int_0^{\sin \alpha} d \cos \gamma \int_{\psi(x)}^1 d\varepsilon [\varepsilon - \psi(x)]^{1/2} F(\varepsilon) e^{-\Delta E/|E|}$$



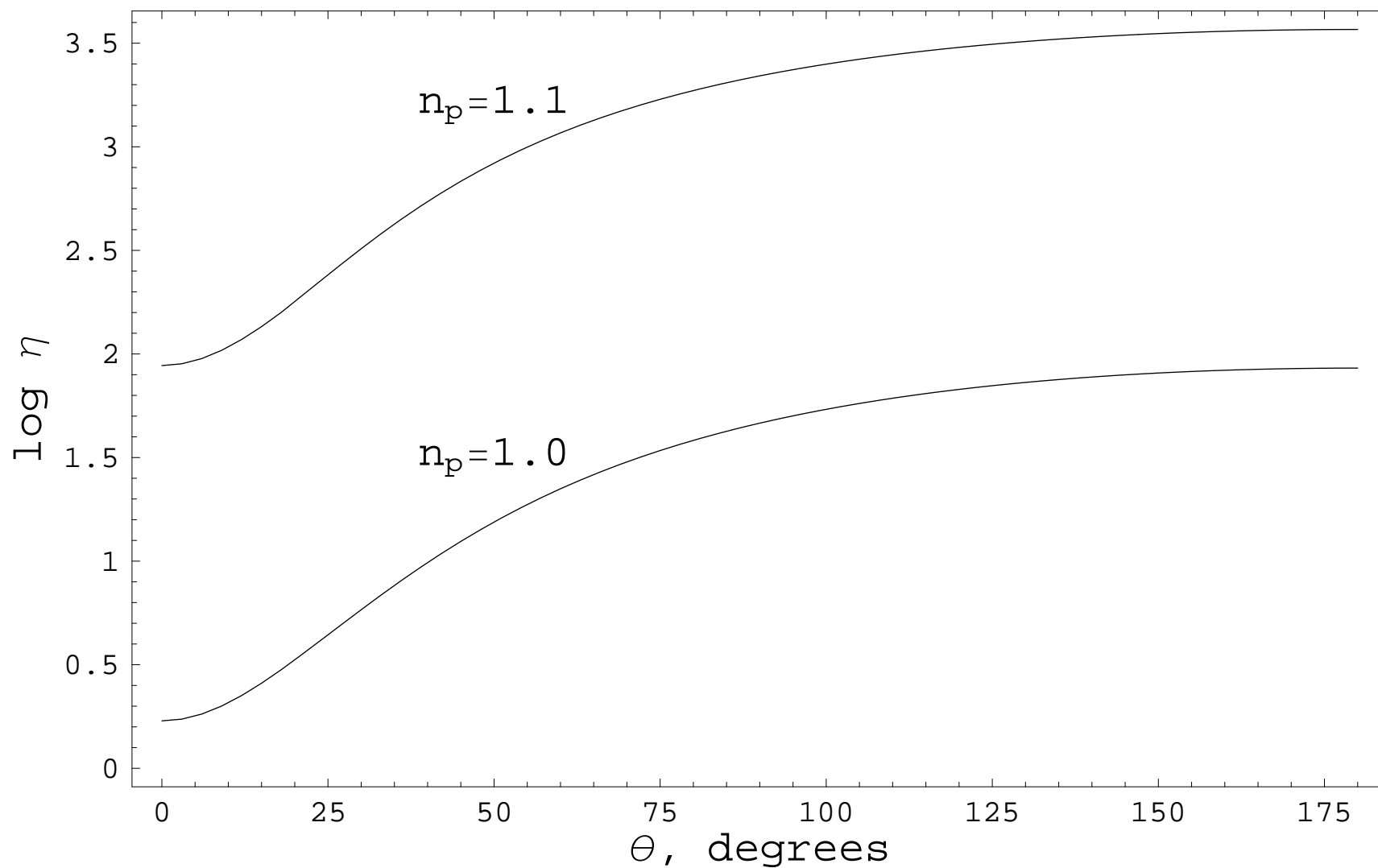
(Березинский, Докучаев, Ерошенко, 2006)

Слева: Доля выживших сгустков с $M = 10^{-6} M_{\odot}$ и $\nu = 2$. Справа: В зависимости от плотности сгустков ρ_{c1} в ГэВ см⁻³.

- Локальный коэффициент усиления η



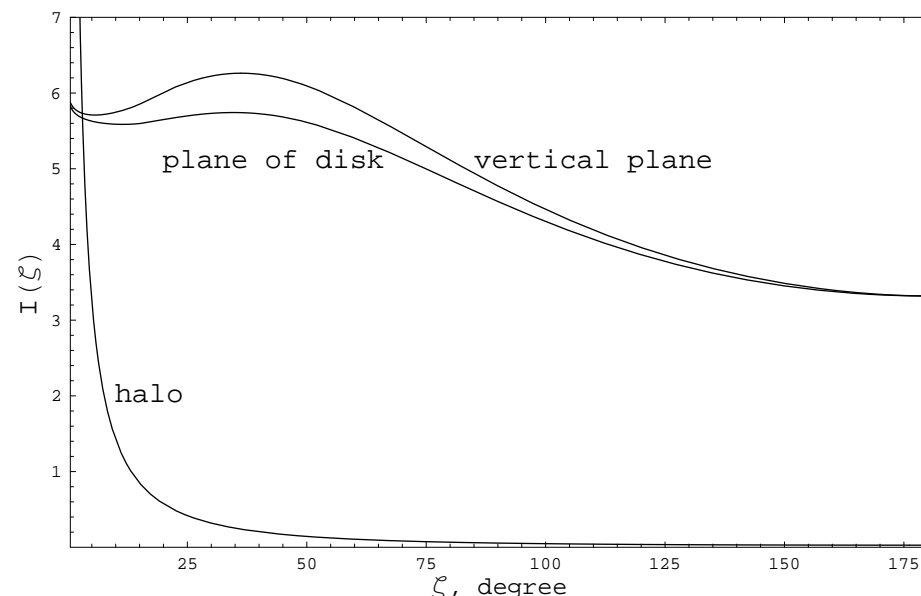
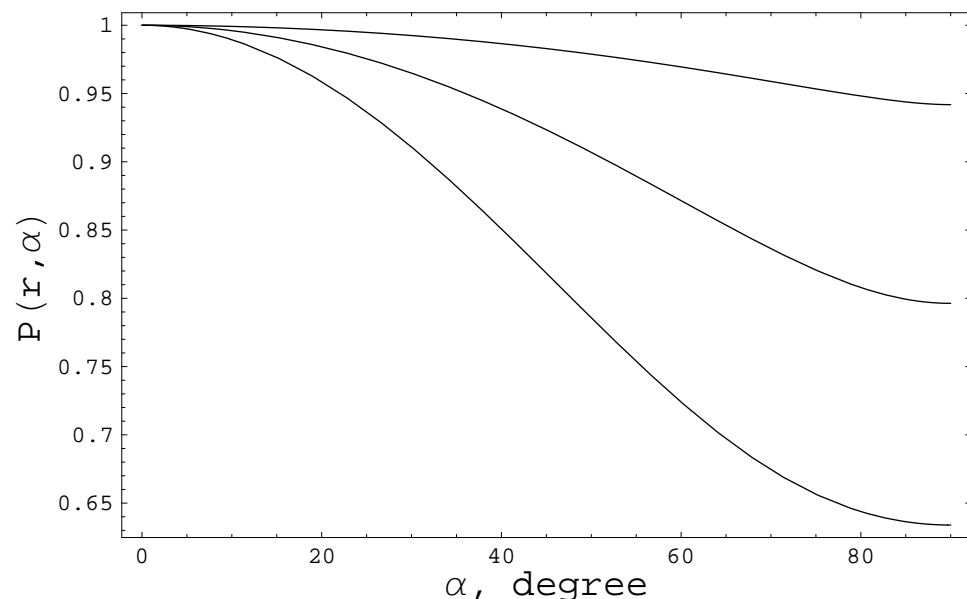
- Коэффициент усиления $\eta(\theta)$, проинтегрированный по лучу зрения



$$\beta = 1.8, M_{\min} = 2 \cdot 10^{-8} M_{\odot}, n_p = 1.0 \text{ и } n_p = 1.1$$

- Анизотропия разрушения и аннигиляционного сигнала

$$\Delta \tilde{E} = 2g_m^2 (\Delta z)^2 / (v_{z,c}^2), \quad v_{z,c} = J \sin \gamma / (m r_c), \quad \Delta E / |E| = C / \sin^2 \gamma$$



(Березинский, Докучаев, Ерошенко, 2007)

Слева: доля сгустков $P(r, \alpha)$, избежавших разрушения, как функция угла α между радиус-вектором из центра Галактики \vec{r} и полярной осью диска. Расстояния от центра Галактики $r = 3, 8.5$ и 20 кпк (снизу вверх). Нормирующие множители $0.04, 0.4$ и 0.9 . Справа: Наблюдаемый аннигиляционный сигнал в плоскости диска Галактики и в вертикальной плотности в зависимости от угла ζ между лучом зрения и направлением на центр Галактики.

- Остатки (ядра) сгустков

Упрощенный критерий разрушения - $\sum_j (\Delta E)_j \sim |E|$

Постепенная потеря массы \rightarrow остатки сгустков. Размер ядра = ?

$R_c/R \simeq 1.8 \times 10^{-5}$ (Gurevich, Zybin, 1995)

$R_c/R \simeq 0.01$ (Diemand, Moore, Stadel, 2005)

$$\rho_{\text{int}}(r) = \frac{3 - \beta}{3} \bar{\rho} \left(\frac{r}{R}\right)^{-\beta}, \quad \dot{N} \propto \int_0^r 4\pi r^2 dr \rho_{\text{int}}^2(r)$$

Диск. Изменение плотности и потеря массы сгустком:

$$\delta\rho(r) = 2^{5/2}\pi \int_{-\delta\varepsilon}^0 \sqrt{\varepsilon - \psi(r)} f_{\text{cl}}(\varepsilon) d\varepsilon, \quad \delta M = -4\pi \int_0^R r^2 \delta\rho(r) dr.$$

$$\left(\frac{\delta M}{M}\right)_d \simeq -0.13 Q_d \exp\left(-1.58 S_d^{1/2}\right), \quad Q_d = \frac{g_m^2}{2\pi v_{z,c}^2 G \bar{\rho}_i}, \quad S_d = \frac{4\pi}{3} G \bar{\rho}_i \tau_d^2$$

$$\frac{1}{\Delta T} \sum \left(\frac{\delta M}{M}\right)_d \simeq \frac{2}{T_t |\tilde{\phi}|} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \left(\frac{\delta M}{M}\right)_d \frac{d\phi}{dx} dx$$

Звезды.

$$Q_s = \frac{Gm_*^2}{2\pi v_{\text{rel}}^2 l^4 \bar{\rho}_i}, \quad S_s = \frac{4\pi}{3} G \bar{\rho}_i \tau_s^2$$

$$\frac{1}{M} \left(\frac{dM}{dt} \right)_s \simeq \frac{1}{2T_t \sqrt{2\pi G \rho_0}} \int_R^\infty 2\pi l \, dl \int_{x_{\text{min}}}^{x_{\text{max}}} \frac{ds n_*(s) v_{\text{rel}}}{\sqrt{\varepsilon - \psi(s) - y/s^2}} \left(\frac{\delta M}{M} \right)_s$$

Концентрация звезд в гало и балдже:

$$n_{h,*}(r) = (\rho_h/m_*) (r_\odot/r)^3$$

$$m_* = 0.4M_\odot, \quad r_\odot = 8.5 \text{ кпк}, \quad \rho_h = 1.4 \times 10^{-5} M_\odot/\text{пк}^3 \quad (\text{Bell et. al, 2007})$$

$$n_{b,*}(r) = (\rho_b/m_*) \exp [-(r/r_b)^{1.6}]$$

$$\rho_b = 8M_\odot/\text{пк}^3, \quad r_b = 1 \text{ кпс} \quad (\text{Launhardt, Zylka, Mezger, 2002})$$

Сохранение изотермического профиля плотности: $M(t) \propto R(t)$, $\bar{\rho}(t) \propto M(t)^{-2}$

$$\frac{dM}{dt} = \left(\frac{dM}{dt}\right)_d + \left(\frac{dM}{dt}\right)_s$$

$$t_0 - t_G < t < t_0$$

Аналитическое приближение $A(a) = 0$:

$$\frac{d\mu}{dt} = -\frac{\mu}{t_s} - \frac{\mu^3}{t_d}, \quad \mu \equiv M(t)/M_i$$

Эффект диска:

$$\mu(t) \equiv M(t)/M_i = (1 + t/t_d)^{-1/2}$$

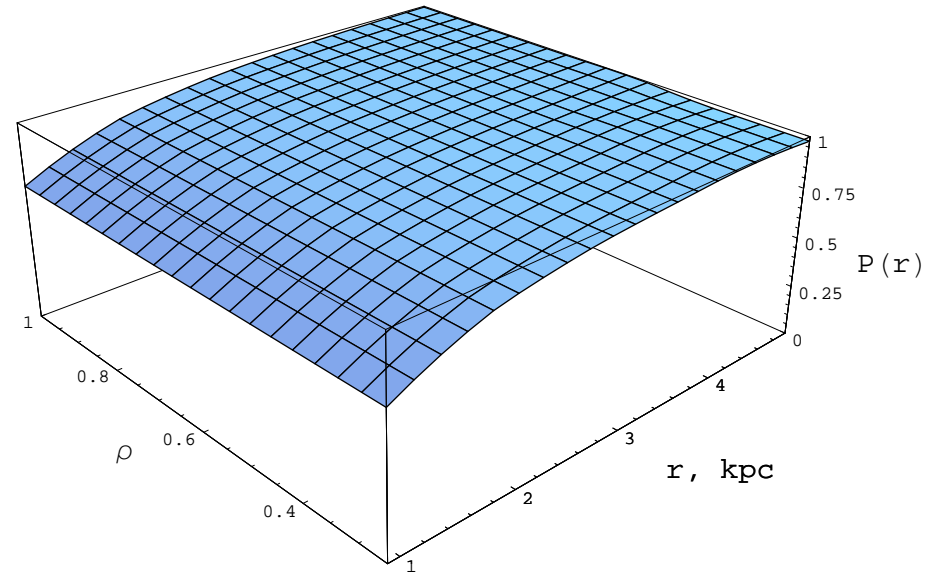
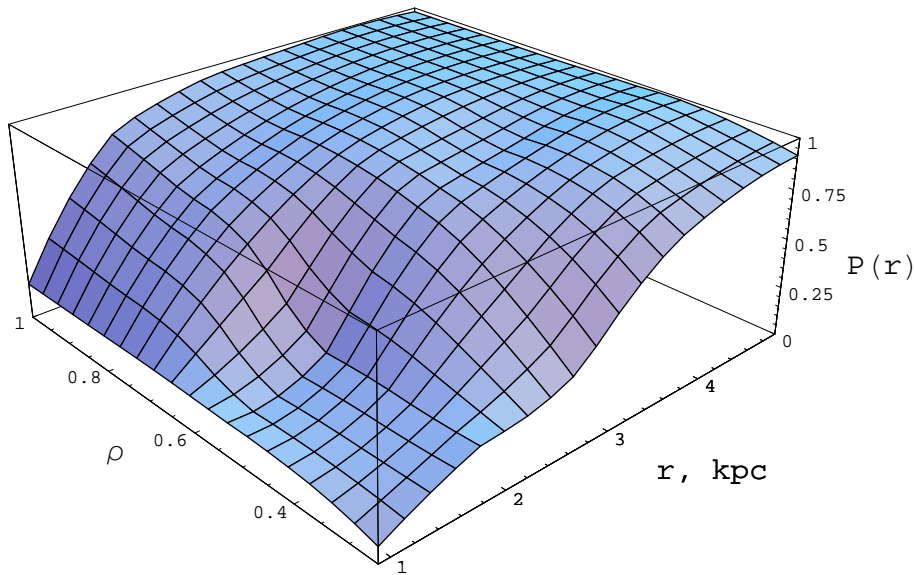
Эффект звезд:

$$\mu(t) = \exp(-t/t_s)$$

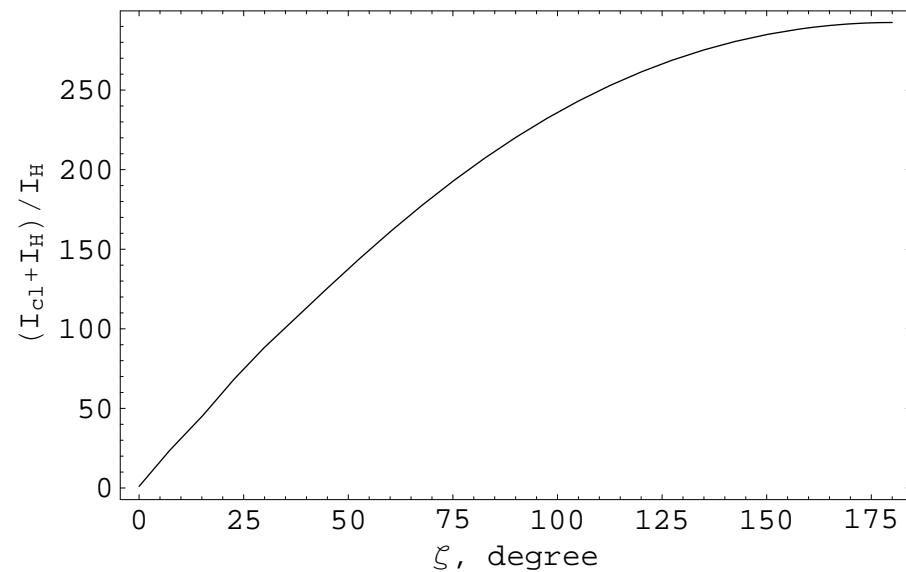
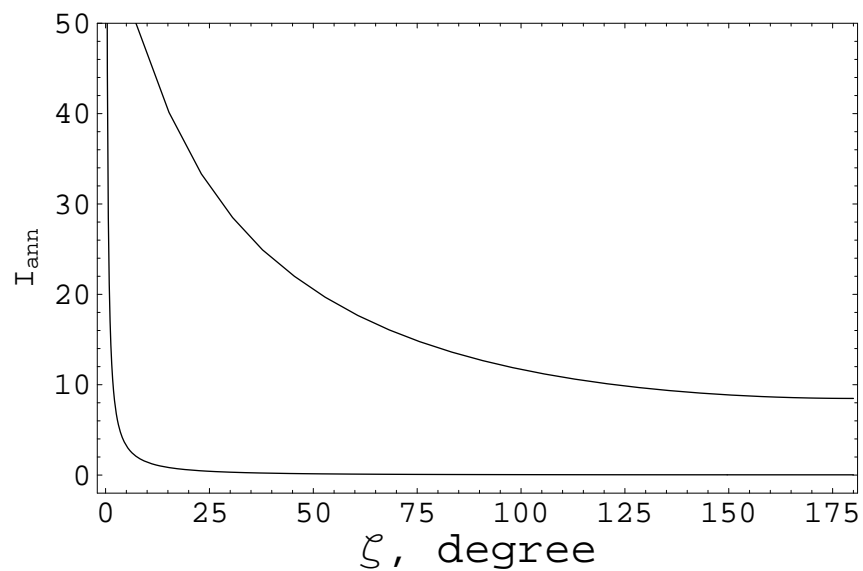
Суммарный эффект:

$$\mu^2(t_0) = \frac{2t_d}{(2t_d + t_s) \exp(2t_0/t_s) - t_s}$$

- Результаты численных расчетов

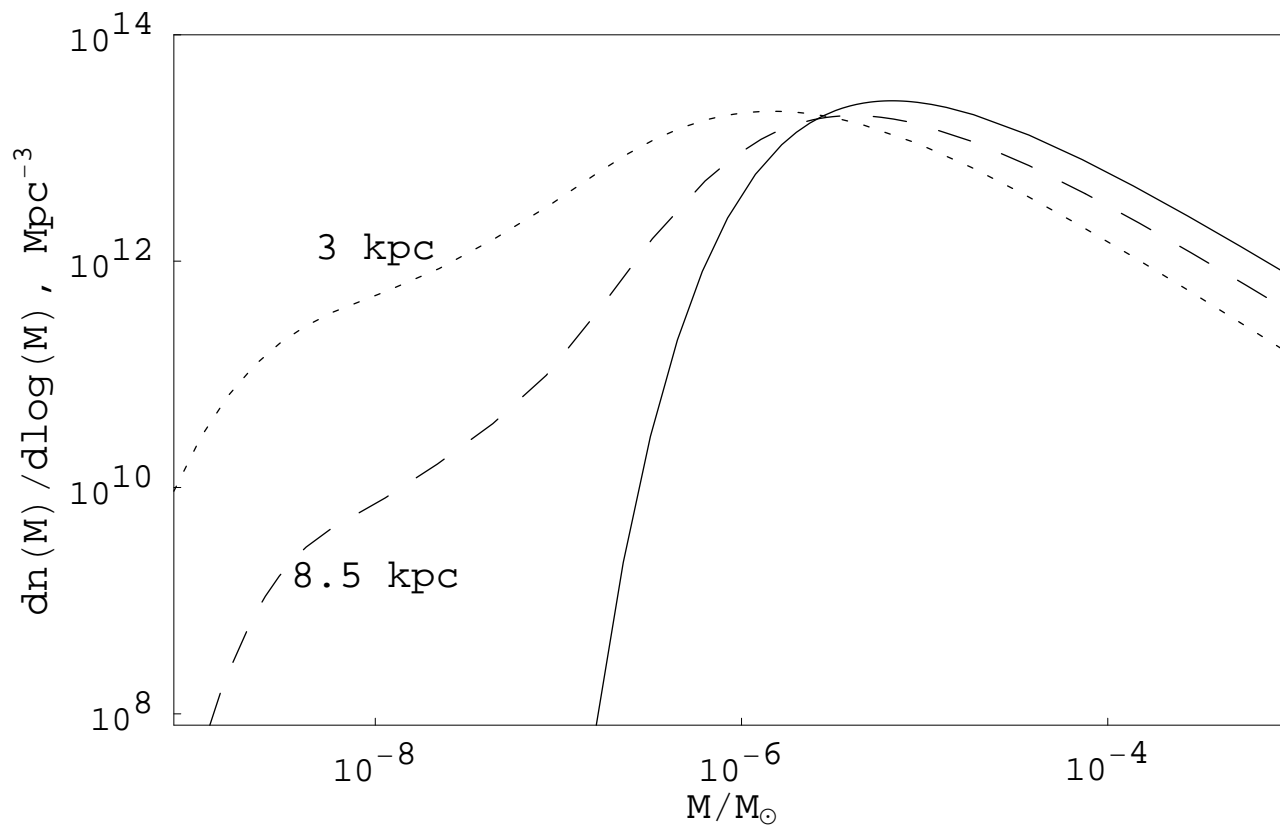


Вероятность выживания сгустка (как источника гамма-излучения) в зависимости от расстояния от центра Галактики r и средней плотности сгустка ρ в случаях $x_c = 0.1$ (слева) и $x_c = 0.05$ (справа).



Слева: Наблюдаемый аннигиляционных сигнал от сгустков как функция угла ζ между линией наблюдения и направлением на центр Галактики. Для сравнения показан сигнал от диффузной темной материи. Справа: Усиление аннигиляционного сигнала $(I_{\text{cl}} + I_{\text{H}}) / I_{\text{H}}$.

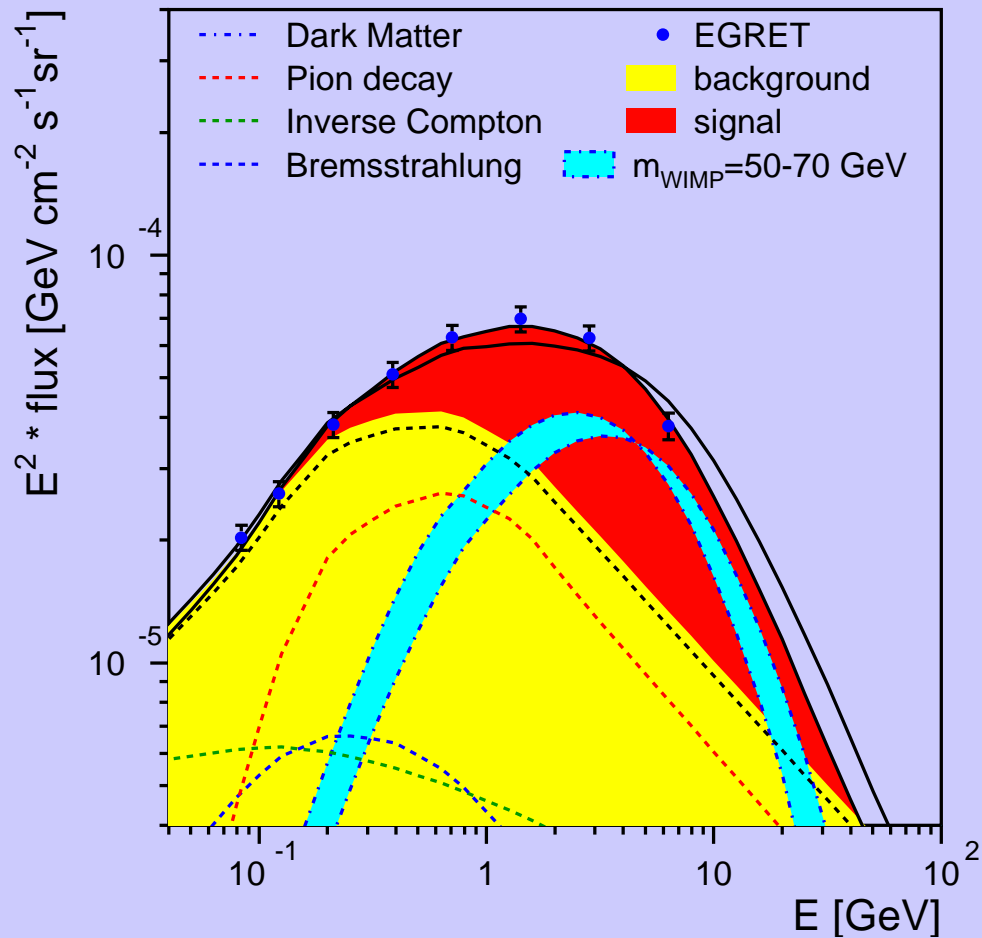
- Трансформация функции масс сгустков



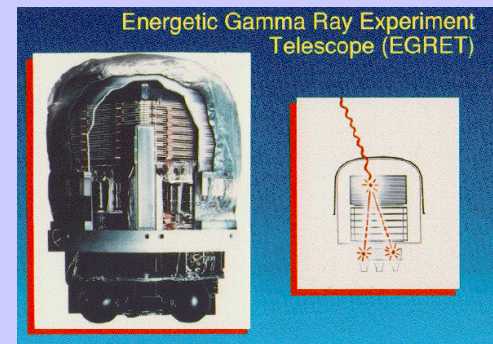
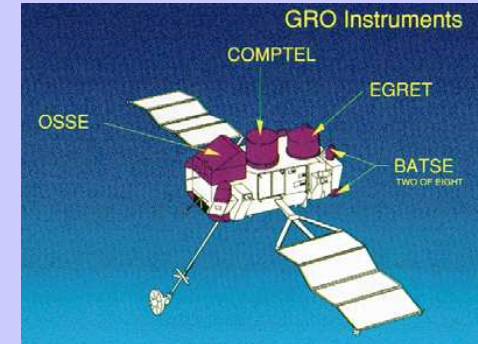
Функция масс сгустков и их остатков на расстояниях 3 и 8.5 кпк от центра Галактики. Сплошной линией показана начальная функция масс.

**EGRET - Energetic Gamma Ray Experiment Telescope (30 MeV - 30 GeV)
onboard satellite COMPTON-GRO (Gamma Ray Observatory)**

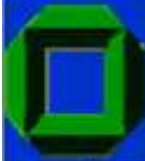
**SUSY interpretation of EGRET excess of diffuse γ -rays
(neutralino annihilation in the Galactic halo)**



1991 - 2000



de Boer, Sander, Zhukov, Gladyshev & Kazakov
astro-ph/0508617, hep-ph/0511154



Summary



1. Significant Excess ($>10\sigma$) of EGRET diffuse gamma ray data has SAME spectral shape in all sky directions, as expected for DM.
2. Excess outside disk follows cored (isothermal) halo profile, NO CUSP
3. Independent evidence that EGRET excess indeed originates from DM annihilation follows from:
 - a) Strong signal from region with ring of stars at 14-18 kpc, thought to be tidally disrupted dwarf galaxy
 - b) Strong signal from region with ring of molec. hydrogen at 4 kpc
 - c) Gamma ray data used to predict rotation curve!
 - d) Orientation of disc along MINOR axis of prolate halo (as pred.)
 - e) Large local surface density
4. Alternative "conventional" models cannot explain stability of ring of stars at 14 kpc and H_2 ring of molecular gas at 4 kpc, nor change of slope of rotation curve, nor halo shape of excess, nor high local surface density