

ВРАЩАТЕЛЬНАЯ ДИНАМИКА СБЛИЖАЮЩИХСЯ С ПЛАНЕТАМИ АСТЕРОИДОВ

А. В. Мельников

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН



22 мая 2024 г.

Сближения астероидов с планетами

- В настоящее время известно более миллиона астероидов.
- Ряд астероидов испытывают тесные сближения с планетами. Возможны: столкновение с планетой, разрушение астероида.
- Тесные сближения влияют на дальнейшую орбитальную и вращательную динамику астероида.

Основные цели

- Исследовать вращательную динамику астероида при его тесном сближении с планетой.
- Определить характерные величины изменения скорости вращения и ориентации оси вращения астероида.
- Оценить влияние возмущений во вращательном движении астероида на орбитальную динамику из-за изменения величины эффекта Ярковского.

Важность исследования

Астероиды, испытывающие сближения с Землей и другими планетами Солнечной системы, представляют значительный интерес для детальных исследований из-за возможности оказать катастрофическое влияние на планету (при столкновении) и на сам астероид (возможно разрушение астероида из-за действия приливных сил).

Моделирование сближения астероида с планетой

Наблюдения сближений астероидов с планетами и последующее моделирование кривых блеска позволяют изучить физические свойства и вращательную динамику астероида. Если сближение достаточно тесное, то оно обязательно найдет свое отражение в эволюции вращения астероида. Посредством исследования вращательной динамики астероида при сближении с планетой можно получить информацию о его фигуре и внутреннем строении, определить моменты инерции астероида, уточнить величины негравитационных эффектов (эффект Ярковского, YORP-эффект).

Общая информация

- Обнаружен: 23 февраля 2012 г.
- Диаметр: $D \sim 30$ м.
- Последнее тесное сближение с Землей: 15 февраля 2013 г.
- Минимальная дистанция: 27 700 км ($\approx 4.3 R_E$).

Результаты исследования кривых блеска Дуэнде

Посредством анализа рядов фотометрических наблюдений астероида определены период вращения и размеры:

de León J. и др. (2013, A&A, 559, A106) — (8.95 ± 0.08) ч, $(40 \times 12 \times 12)$ м;

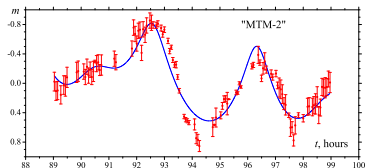
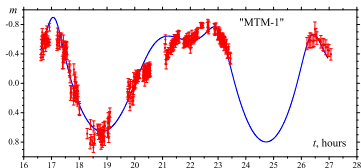
Terai и др. (2013, A&A, 559, A106) — (11.0 ± 1.8) ч;

Benson и др. (2020, Icarus, 340, 113518), Moskovitz и др., (2020, Icarus, 340, 113519) — $P_1 = 8.71 \pm 0.03$ ч, $P_2 = 23.7 \pm 0.2$ ч; изменение P_1 : 8.4 ч \rightarrow 8.7 ч.

Наблюдения Дуэнде на телескопах ГАО РАН

16 и 19 февраля 2013 г. на МТМ-500М получены 2 ряда наблюдений длиной по ≈ 10 часов (порядка 400 точек). Результаты наблюдений представлены в работе Devyatkin и др. (2016, MNRAS, 459, 3986).

Модельная кривая блеска астероида Дуэнде



Модельные кривые блеска астероида (367943) Дуэнде, построенные на основе наблюдательных данных (красные точки с барями), полученных в ГАО РАН.

Результаты моделирования кривых блеска для наборов MTM-1 и MTM-2:

- а) период вращения астероида увеличился с $\approx 5^h$ до $\approx 8^h$;
- б) угол наклона между наибольшей осью фигуры астероида и плоскостью его орбиты изменился с 27° до 53° .¹

¹Devyatkin и др., 2016, MNRAS, 459, 3986

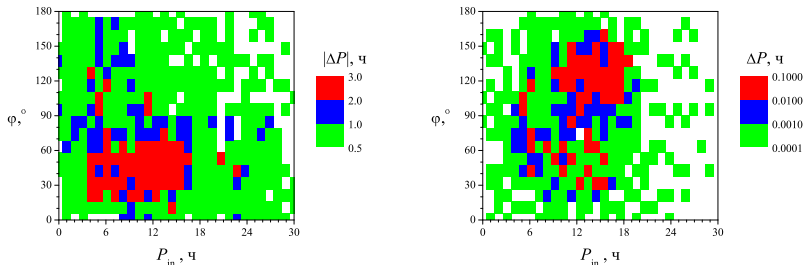
- В работе Devyatkin и др. (2016, MNRAS, 459, 3986) представлены результаты наблюдений и моделирования кривых блеска астероида (367943) Дуэнде при его тесном сближении с Землей 15 февраля 2013 г. на расстояние около 27 700 км. Поведем детальное моделирование вращательной динамики астероида (367943) Дуэнде для оценки изменения скорости его собственного вращения из-за имевшего место тесного сближения с Землей.
- В работе Девяткина и др. (2022, Астрон. вестн., 56, 1, 68) установлена группа из 27 астероидов, испытывающих на промежутке времени 1500–2500 гг. сближения на расстояния менее 0.05 а.е. с планетами земной группы. Посредством численного моделирования оценим величину изменения скорости вращения для ряда астероидов из работы (Девяткин и др., 2022) при их сближениях с различными планетами. Рассмотрим влияние изменения скорости вращения на величину эффекта Ярковского, действующего в орбитальной динамике астероида.

Минимальные дистанции сближений исследуемых астероидов с планетами на интервале времени 1900–2200 гг. и диаметры фигур (D) астероидов. Расстояния до планет указаны в R_E (радиусах Земли).

Астероид	Меркурий	Венера	Земля	Марс	D , м
2008 FP	–	2906.33	26.67	–	20
2009 WP6	576.27	402.64	40.84	455.52	20
2010 JJ41	18.13	240.55	1164.89	645.62	150
2015 EO61	246.07	582.17	277.40	65.08	170
2015 TX24	43.33	941.67	416.57	56.34	250
2015 XG55	844.50	244.00	42.65	1629.35	10
(367943) Duende	–	–	4.34	–	30

- Астероид — несферическое твердое тело (трехосный эллипсоид), движущееся по гиперболической орбите относительно планеты. Планета — неподвижная гравитирующая точка. Рассматривается пространственное вращение астероида.
- В начальной точке траектории астероида, расположенной на расстоянии $100R_E$ от точки сближения астероида с планетой, задавалось вращательное состояние астероида — величина вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ и ориентация фигуры астероида в пространстве, определяемая углами Эйлера (θ, φ, ψ) .
- Проводилось численное интегрирование поступательно-вращательного движения астероида на отрезке орбиты от начальной точки траектории до расстояния $100R_E$ удаления астероида от точки сближения. Вычислялась величина $\Delta P = P_{\text{fin}} - P_{\text{in}}$, где P_{in} — начальное заданное значение периода вращения астероида, P_{fin} — установленное финальное значение периода вращения, которым обладал астероид в конечной точке рассмотренной нами траектории.
- Начальные значения угловых скоростей вращения астероида: $|\vec{\omega}| = 2\pi/P_{\text{in}}$, где $P_{\text{in}} = 1, \dots, 30$ ч с шагом 1 ч; для компонент вектора угловой скорости было принято: $\omega_a = \omega_b = 0$, $\omega_c = |\vec{\omega}|$. Для начальных значений углов Эйлера принято: $\theta = \psi = 0^\circ$, $\varphi = 0^\circ, \dots, 180^\circ$ с шагом $\Delta\varphi = 10^\circ$. Угол φ в начальной точке траектории определял наклон оси вращения астероида к плоскости орбиты планеты.

Изменение периода вращения на множестве (P_{in}, φ)



Слева: Зависимости величины $|\Delta P|$ (в часах) изменения периода собственно вращения астероида (367943) Дуэнде при его тесном сближении с Землей 15.02.2013 от начальных значений периода вращения астероида P_{in} и угла φ между осью вращения астероида и нормалью к плоскости орбиты.

Справа: То же для сближения астероида 2015 TX24 с Марсом 15.08.2039.

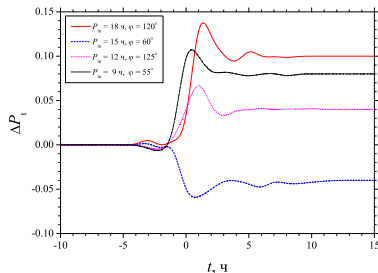
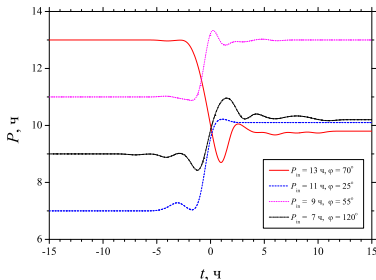
Максимальные изменения периода собственного вращения астероида

Максимальное изменение $|\Delta P|$ (в часах) периода собственного вращения астероида после его сближения с планетой.²

Астероид	Меркурий	Венера	Земля	Марс
2008 FP	–	0.002	0.007	–
2009 WP6	0.0003	0.003	0.002	0.0009
2010 JJ41	0.0002	0.006	0.004	0.001
2015 EO61	0.002	0.005	0.008	0.003
2015 TX24	0.004	0.02	0.09	0.1
2015 XG55	0.008	0.08	0.2	0.009
(367943) Duende	–	–	2.4	–

²Melnikov, 2022, Sol. Syst. Res., 56, 4, 254

Зависимость периода вращения астероида от времени



Слева: Примеры зависимостей величины P периода вращения от времени t , полученные для астероида (367943) Дуэнде при его тесном сближении с Землей 15.02.2013.

Справа: Примеры зависимостей величины $\Delta P_t = (P - P_{in})/P_{in}$ относительного изменения периода вращения от времени t , построенные для астероида 2015 TX24 при его сближении с Марсом 15.08.2039. Момент времени $t = 0$ соответствует прохождению астероидом точки сближения.

Изменение периода вращения астероида происходит на интервале времени менее суток в окрестности момента прохождения астероидом точки сближения.

Сила светового давления определяется формулой

$$\mathbf{F} = k \frac{E(r)A}{c} \mathbf{e}, \quad (1)$$

где $E(r) = L/(4\pi r^2)$ — освещенность на расстоянии r от Солнца, L — светимость Солнца, $A = \pi R^2$ — площадь миделева сечения, R — радиус астероида, c — скорость света, $k = 1 + \frac{4}{9}\delta$ — оптический коэффициент астероида, δ — альбедо, \mathbf{e} — единичный вектор радиального гелиоцентрического направления.

Расчеты проводились на двух интервалах времени: 10 и 100 лет. В результате были получены следующие величины: смещение астероида вдоль гелиоцентрического радиус-вектора Δr , смещение астероида по долготе Δl , а также полное смещение астероида Δd .

Поскольку плотность астероидов (необходимая для оценки его массы) неизвестна, вычисления выполнялись для трех различных значений средней плотности основных спектральных классов астероидов: углеродистых астероидов класса С (1380 кг/м^3), кремниевых астероидов класса S (2710 кг/м^3) и металлических астероидов класса M (5320 кг/м^3).

Смещения орбиты астероида из-за действия светового давления Солнца для случая $\rho = 2710 \text{ кг/м}^3$ (класс S).

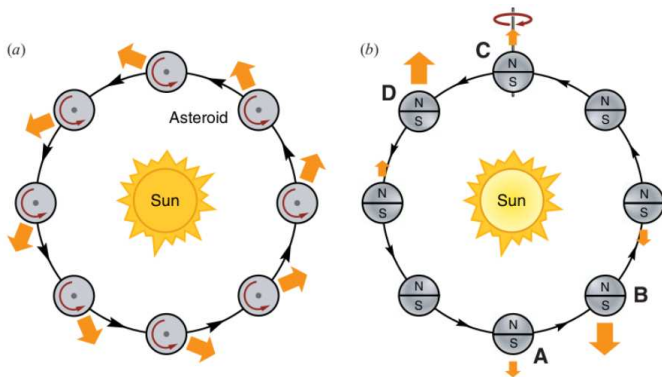
Астероид	$ \Delta r $, км		$ \Delta l $, км		$ \Delta d $, км	
	10 лет	100 лет	10 лет	100 лет	10 лет	100 лет
2008 FP	80	5630	64	7601	102	9460
2009 WP6	120	1888	97	5131	154	5145
2010 JJ41	15	181	14	319	20	353
2015 EO61	8	207	8	381	11	417
2015 TX24	6	304	5	451	8	544
2015 XG55	159	1347	218	3694	270	3695

Отклонения Δr , Δl и Δd носят нелинейный характер по времени. Очевидно, что наибольшие отклонения соответствуют астероидам с наименьшим диаметром: 2008 FP, 2009 WP6 и 2015 XG55. Наименьшие отклонения, напротив, соответствуют астероидам наибольшего диаметра: 2010 JJ41, 2015 EO61 и 2015 TX24.

Средние смещения орбит рассмотренных астероидов из-за действия сил светового давления составляют от 0.4 до 50 км за год, т. е. являются весьма существенными и на два-три порядка превышают размеры астероида.³

³ Martynusheva, Melnikov, 2023, Sol. Syst. Res., 57, 5, 486

Эффект Ярковского: качественное описание



Схематичное представление суточного (a) и сезонного (b) эффекта Ярковского (Bottke et al., 2006, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 34). Причина ЭЯ: ненулевая тепловая инерция тела.

Для вычисления скорости изменения величины большой полуоси астероида под влиянием ЭЯ необходима касательная компонента возмущающей силы f_Y . В предположении об околокруговой орбите общая формула для средней скорости имеет вид

$$\frac{da}{dt} = \frac{2f_Y}{n}, \quad (2)$$

где n — среднее движение астероида. Суммарная величина ЭЯ складывается из суточной и сезонной компонент. В обоих случаях мы будем иметь дело с выражением вида

$$f_Y = \frac{2}{\rho R} \frac{\varepsilon \sigma T^4}{c} \frac{\Delta T_\nu}{T} \tilde{f}(\gamma), \quad (3)$$

где ρ — плотность астероида, R — радиус однородного шара с объемом, равным объему астероида, ε — излучательная способность поверхности астероида, σ — постоянная Стефана–Больцмана, c — скорость света, ΔT — разность температур между наиболее и наименее нагретой частями поверхности астероида, $\tilde{f}(\gamma)$ — некоторая функция угла γ между осью вращения астероида и перпендикуляром к плоскости его орбиты, T — средняя температура астероида, вычисляемая по формуле

$$T^4 = \frac{\alpha S}{4\varepsilon\sigma},$$

где α — коэффициент поглощения на поверхности астероида, $S = 1370 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \left(\frac{a_\oplus}{a}\right)^2$ — поток солнечной энергии для астероида с большой полуосью a , a_\oplus — большая полуось земной орбиты.

Для суточного эффекта Ярковского полагают:

$$\tilde{f}(\gamma) = \cos \gamma, \quad \frac{\Delta T_\omega}{T} = 0.667 \frac{\Theta_\omega}{1 + 2.03 \Theta_\omega + 2.04 \Theta_\omega^2}, \quad (4)$$

где параметр

$$\Theta_\omega = \frac{\sqrt{\rho C K \omega}}{2\pi \epsilon \sigma T^3} \quad (5)$$

характеризует отношение времени температурной релаксации к рассматриваемому периоду времени (в случае суточного ЭЯ берется период вращения астероида P); C — удельная теплоемкость астероида, K — коэффициент теплопроводности, ρ — средняя плотность астероида, $\omega = 2\pi/P$ — частота вращения астероида.

Суточный ЭЯ будет приводить к $da/dt > 0$ для наклонов оси вращения $0 < \gamma < \pi/2$ (проградное движение: направления вращения и орбитального движения астероида совпадают) и $da/dt < 0$ для $\pi/2 < \gamma < \pi$ (ретроградное движение).

Для больших значений параметра $\Theta_\omega \gg 1$ (малых значений P) справедливо соотношение

$$\frac{\Delta T_\omega}{T} \sim \Theta_\omega^{-1} \sim \sqrt{P},$$

т. е. возмущающая сила стремится к нулю.

Для сезонного ЭЯ полагают: $\tilde{f}(\gamma) = -\sin^2 \gamma$ и $da/dt \leq 0$ при любом угле наклона оси вращения астероида. Температурный множитель имеет вид

$$\frac{\Delta T_n}{T} = \frac{1}{3} \frac{1}{1 - \tau} A_n \sin \delta_n, \quad (6)$$

где $\tau = \frac{\pi l_s}{2R} \Theta_n$, параметр Θ_n вычисляется аналогично суточному случаю (см. (5)) с заменой частоты ω на среднее движение астероида n , а величина $l_s = \sqrt{K/\rho C n}$ представляет собой характерную глубину проникновения тепловой волны. Множитель $A_n \sin \delta_n$, (A_n — амплитуда, δ_n — фаза гармоника, соответствующей частоте $\nu = n$) находится из решения уравнения теплопроводности.

Суммарная величина ЭЯ вычисляется по формуле

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n} \left(f_Y^{(d)} + f_Y^{(s)} \right), \quad (7)$$

где $f_Y^{(d)}$ и $f_Y^{(s)}$ вычисляются при помощи уравнения (3) с учетом выражений (4) и (6) для температурного множителя в случаях суточного и сезонного ЭЯ соответственно.

Перейдем от величины da/dt к параметру A_2 , связь которого с da/dt дается следующей формулой:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a\sqrt{1-e^2}}{nr} A_2 g(r), \quad (8)$$

где $g(r)$ — некоторая функция гелиоцентрического расстояния r : $g(r) = (r_0/r)^d$, где $r_0 = 1$ а.е. — нормализующий параметр, а значение показателя d для большинства АСЗ заключено в пределах от 2 до 3 и слабо влияет на величину da/dt . Обычно принимают $d = 2$.

В случае круговой орбиты: $e = 0$ и $r = a$. Тогда формула (8) принимает вид

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n} A_2 g(r), \quad (9)$$

а с учетом (3) получаем

$$A_2 = \frac{f_Y}{g(r)} = f_Y \cdot \left(\frac{a}{1 \text{ а.е.}} \right)^2. \quad (10)$$

Оценки величины эффекта Ярковского для астероидов выборки

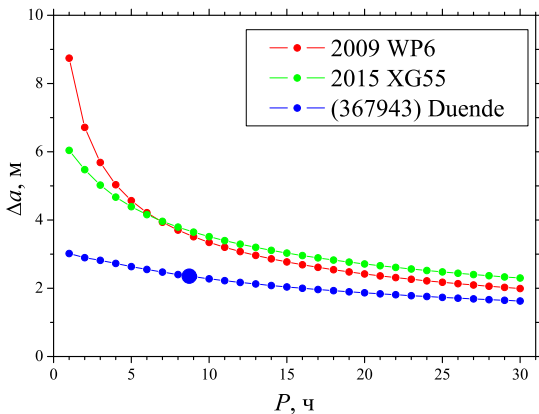
Величина эффекта Ярковского $(da/dt) \times 10^{-4}$ а.е./млн лет для исследуемых астероидов. Ось вращения астероида предполагалась ортогональной плоскости орбиты для всех астероидов ($\gamma = 0^\circ$).

Астероид	P , ч		
	5	10	15
2008 FP	0.2645	0.2882	0.2938
2009 WP6	4.3560	3.2006	2.6582
2010 JJ41	0.1981	0.1680	0.1492
2015 EO61	0.0905	0.0854	0.0800
2015 TX24	0.0250	0.0267	0.0269
2015 XG55	4.2036	3.3751	2.9188

Наибольшие величины средней скорости изменения большой полуоси орбиты из-за действия ЭЯ соответствуют астероидам 2009 WP6 и 2015 XG55 и составляют около 4×10^{-4} а.е./млн лет. У других рассмотренных астероидов величины ЭЯ на один-два порядка меньше. Для двух указанных астероидов величина изменения большой полуоси орбиты из-за действия ЭЯ за год сопоставима с размерами астероидов и превышает их.

Изменение большой полуоси орбиты астероида за год

Зависимость величины изменения большой полуоси орбиты астероида за год из-за действия эффекта Ярковского от периода собственного вращения астероида.

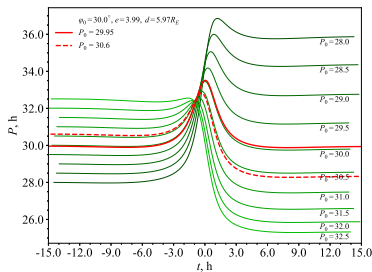
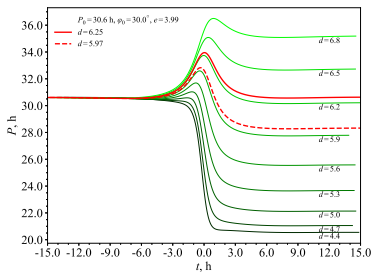


Изменение на несколько часов периода вращения астероида в случае его тесного сближения с планетой способно заметно изменить величину ЭЯ и будет отражено в дальнейшей орбитальной динамике астероида.

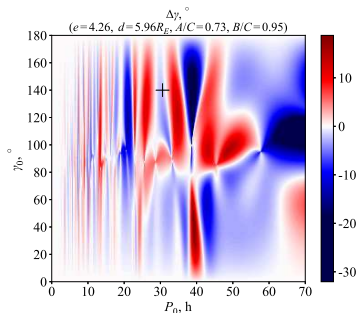
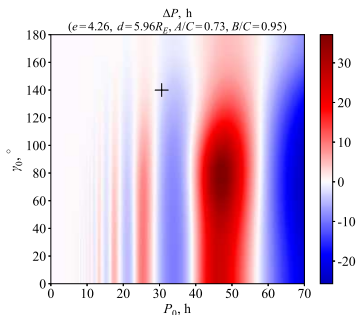
Цели: 1) определить величины возмущений во вращательной динамике Апофиса при его сближении с Землей в 2029 году; 2) выявить отличия во влиянии тесного сближения с Землей на вращательную динамику и величину эффекта Ярковского медленно вращающихся астероидов ($D = 100\text{--}1000$ м, $P = 10\text{--}100$ ч) и весьма малых астероидов с быстрым вращением ($D \sim 10$ м, $P < 1$ ч).

- Обнаружен: 19 июня 2004 г. (R.A. Tucker и др., Китт-Пик, Аризона).
 - Диаметр: ≈ 340 м.
 - Очередное тесное сближение с Землей: 13 апреля 2029 г.
 - Минимальная ожидаемая дистанция: 38 200 км ($\approx 6R_E$).
 - Период вращения: 30.6 ч
-
- Обнаружен: октябрь 2012 г. (Pan-STARRS1).
 - Диаметр: ~ 10 м.
 - Тесные сближение с Землей: октябрь 2012 г. и октябрь 2017 г.
 - Дистанция: 95 000 км ($\approx 15R_E$) и 50 000 км ($\approx 8R_E$).
 - Период вращения: 12 мин.

Изменение периода вращения Апофиса для разных значений d и P_0



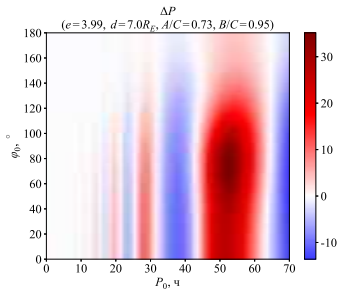
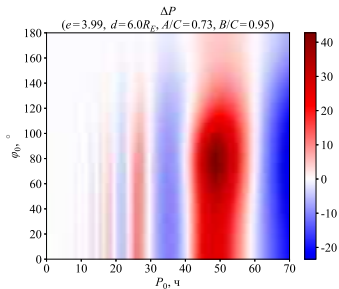
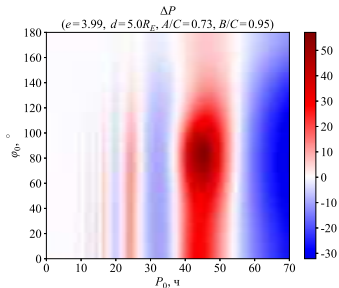
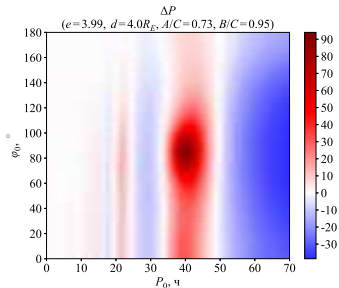
Изменение периода вращения Апофиса при его сближении с Землей в 2029 году для разных значений $d = a(e - 1)$ и P_0 . Жирная красная кривая соответствует примерно значению P_0 , при котором $\Delta P = 0$. Пунктирная красная кривая соответствует текущему значению P_0 для Апофиса. Момент времени $t = 0$ соответствует прохождению астероидом точки сближения.



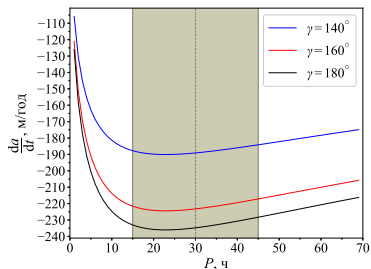
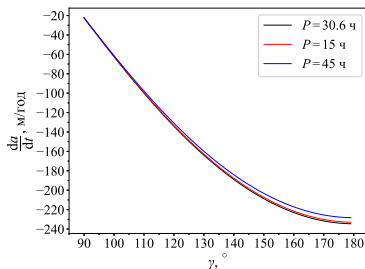
Слева: Зависимость величины ΔP изменения периода вращения Апофиса из-за сближения с Землей в 2029 году от возможных начальных (до момента сближения) значений периода вращения P_0 и отклонения оси вращения астероида от нормали к плоскости орбиты γ_0 .

Справа: Зависимость величины $\Delta \gamma$ изменения угла, характеризующего отклонение оси вращения Апофиса от нормали к плоскости орбиты, от P_0 и γ_0 . Крестиком указано положение Апофиса.

Изменение периода вращения Апофиса для разных d

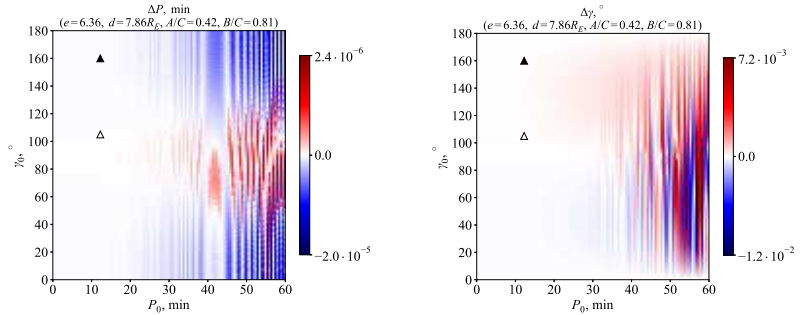


Из наблюдений: $da/dt = -200$ м/год.



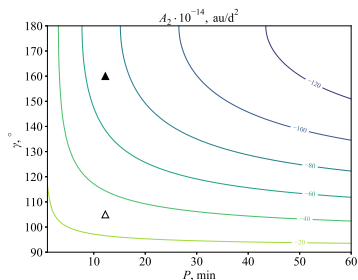
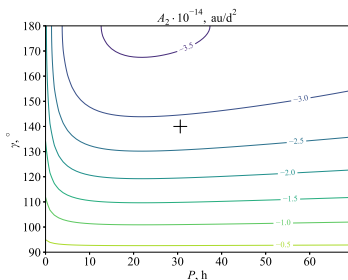
Слева: Зависимость средней скорости изменения большой полуоси орбиты Апофиса, вызванного действием ЭЯ, от угла наклона оси вращения γ (ретроградное вращение).

Справа: Зависимость средней скорости изменения большой полуоси орбиты Апофиса, вызванного действием ЭЯ, от периода вращения P . Серая область соответствует возможным значениям изменения периода вращения Апофиса из-за его сближения с Землей в 2029 году.



Слева: Зависимость величины ΔP изменения периода вращения астероида 2012 TC4 из-за сближения с Землей в 2017 году от возможных начальных (до момента сближения) значений периода вращения P_0 и отклонения оси вращения астероида от нормали к плоскости орбиты γ_0 до момента сближения.

Справа: Зависимость величины $\Delta \gamma$ изменения угла, характеризующего отклонение оси вращения астероида 2012 TC4 от нормали к плоскости орбиты, от P_0 и γ_0 . Треугольниками указаны возможные положения астероида.



Слева: Зависимость величины A_2 для Апофиса от периода его вращения P и угла наклона оси вращения γ . Крестиком указано текущее положение Апофиса.

Справа: То же для астероида 2012 ТС4. Треугольниками указаны возможные положения 2012 ТС4. Линии уровня соответствуют указанным на них значениям A_2 .

- Путем численного моделирования детально исследована вращательная динамика астероида Апофис в ходе тесного сближения с Землей в 2029 году. Рассмотрено влияние тесного сближения на величину периода вращения и наклон оси вращения Апофиса при разных начальных условиях.
- Показано, что изменения периода вращения Апофиса могут составить от -20 ч до $+40$ ч; наиболее вероятно изменение периода на $10-15$ ч относительно величины 30.6 ч, наблюдаемой в настоящее время. Изменения наклона оси вращения достигают 30° .⁴
- Установлено, что возмущения во вращательном движении могут привести к заметным изменениям величины эффекта Ярковского, действующего в орбитальной динамике Апофиса. Вариации величины скорости годового изменения большой полуоси из-за действия эффекта Ярковского могут составлять от -235 м/год до -20 м/год (возможно уменьшение A_2 до $-1.5 \cdot 10^{-14}$ а.е./сут², либо его увеличение до $-3.5 \cdot 10^{-14}$ а.е./сут²). Верхняя оценка величины среднего годового изменения большой полуоси сопоставима с размерами Апофиса.

⁴Lobanovs, Melnikov, 2024, Sol. Syst. Res., 58, 2, 208

Моменты инерции (значения A/C и B/C), знание которых необходимо для моделирования гравитационного взаимодействия астероида и планеты при тесном сближении, определены на основе построенной модели фигуры астероида в предположении его однородной плотности. Поэтому погрешность в оценке A/C и B/C может быть существенной.

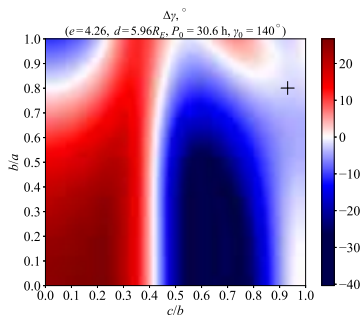
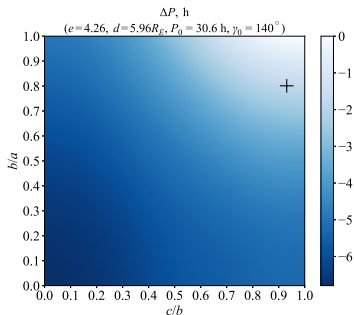
Мы изучили влияние фигуры астероида, предполагая ее трехосным эллипсоидом с полуосями $a > b > c$, на ΔP и $\Delta \gamma$. Для астероидов Апофис и 2012 TC4 были построены и проанализированы диаграммы $\Delta P(c/b, b/a)$ и $\Delta \gamma(c/b, b/a)$ для всех возможных значений $0 < c/b, b/a \leq 1$.

Для случая трехосного эллипсоида однородной плотности имеем:

$$\frac{c}{b} = \sqrt{\frac{-1 + A/C + B/C}{1 + A/C - B/C}}, \quad \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{1 + A/C - B/C}{1 - A/C + B/C}}. \quad (11)$$

Варьируя параметры c/b и b/a , мы рассмотрим все возможные значения A/C и B/C .

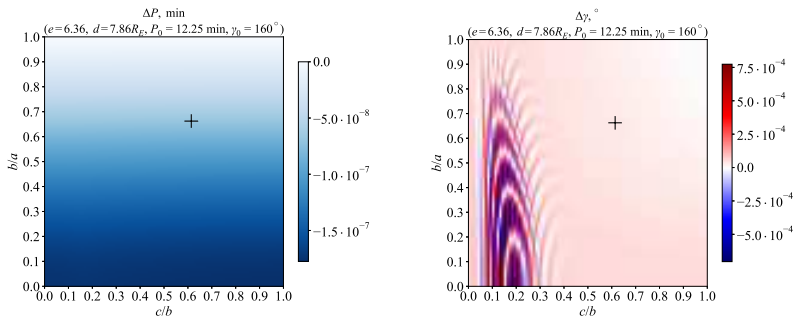
Влияние параметров фигуры на ΔP и $\Delta\gamma$ (Апофис)



Слева: Зависимость величины ΔP изменения периода вращения Апофиса из-за сближения с Землей в 2029 году от параметров c/b и b/a , характеризующих фигуру астероида.

Справа: Зависимость величины $\Delta\gamma$ изменения угла, характеризующего отклонение оси вращения Апофиса от нормали к плоскости орбиты, от c/b и b/a . Крестиком отмечено положение Апофиса.

Влияние параметров фигуры на ΔP и $\Delta\gamma$ (2012 TC4)



Слева: Зависимость величины ΔP изменения периода вращения астероида 2012 TC4 из-за сближения с Землей в 2017 году от параметров c/b и b/a , характеризующих фигуру астероида.

Справа: Зависимость величины $\Delta\gamma$ изменения угла, характеризующего отклонение оси вращения астероида 2012 TC4 от нормали к плоскости орбиты, от c/b и b/a . Треугольниками указаны возможные положения астероида.

- Посредством численного моделирования изучены возмущения, имеющие место во вращательном движении астероидов при их тесных сближениях с планетами. Установлено, что такие события могут привести к существенным изменениям скорости собственного вращения астероида и ориентации его оси вращения в пространстве. Показано, что имеющие место при сближениях возмущения во вращательном движении астероида могут влиять на его дальнейшую орбитальную динамику посредством изменения величины эффекта Ярковского.
- Для ряда астероидов, испытывающих последовательные сближения с планетами земной группы, получены характерные оценки изменения периода собственного вращения астероида из-за сближения с планетой, изучено влияние на их орбитальную динамику давления солнечной радиации и эффекта Ярковского.
- Детально изучены изменения во вращательном состоянии астероида (99942) Апофис при его предстоящем в 2029 году очередном сближении с Землей и астероида 2012 ТС4 при тесном сближении с Землей, имевшем место в 2017 году. Исследовано влияние возмущений во вращательном движении астероидов Апофис и 2012 ТС4 из-за сближений с Землей на их орбитальную динамику посредством изменения величины эффекта Ярковского.

Спасибо за внимание!

Динамические уравнения Эйлера:

$$\begin{aligned}
 A \frac{d\omega_a}{dt} - \omega_b \omega_c (B - C) &= -3 \frac{GM}{r^3} \beta \gamma (B - C), \\
 B \frac{d\omega_b}{dt} - \omega_c \omega_a (C - A) &= -3 \frac{GM}{r^3} \gamma \alpha (C - A), \\
 C \frac{d\omega_c}{dt} - \omega_a \omega_b (A - B) &= -3 \frac{GM}{r^3} \alpha \beta (A - B),
 \end{aligned} \tag{12}$$

где G — гравитационная постоянная; M — масса Земли; $\omega_a, \omega_b, \omega_c$ — проекции вектора угловой скорости вращения астероида $\vec{\omega}$ на оси a, b, c ; $r = a(e^2 - 1)/(1 + e \cos f)$ — расстояние “астероид — Земля”, где a — большая полуось орбиты, $e > 1$ — эксцентриситет, f — истинная аномалия; α, β, γ — направляющие косинусы главных осей инерции относительно направления на Землю.

Кинематические уравнения Эйлера и выражения для направляющих косинусов:

$$\begin{aligned}\frac{d\theta}{dt} &= \frac{\omega_c \cos \psi - \omega_a \sin \psi}{\cos \phi}, \\ \frac{d\phi}{dt} &= \omega_a \cos \psi + \omega_c \sin \psi, \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_b - (\omega_c \cos \psi - \omega_a \sin \psi) \operatorname{tg} \phi,\end{aligned}\tag{13}$$

$$\begin{aligned}\alpha &= \cos(\theta - f) \cos \psi - \sin(\theta - f) \sin \phi \sin \psi, \\ \beta &= -\sin(\theta - f) \cos \phi, \\ \gamma &= \cos(\theta - f) \sin \psi + \sin(\theta - f) \sin \phi \cos \psi.\end{aligned}\tag{14}$$

При пространственном вращении астероида в кинематических уравнениях Эйлера присутствует сингулярность при $\phi = \pm\pi/2$. Чтобы избавиться от сингулярности, при численном интегрировании мы вместо углов Эйлера использовали переменные Родрига–Гамильтона $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, связанные с углами Эйлера следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\psi}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\psi}{2}, \\ \lambda_1 &= \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\psi}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\psi}{2}, \\ \lambda_2 &= \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\psi}{2}, \\ \lambda_3 &= \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\psi}{2}.\end{aligned}\tag{15}$$

Переменные Родрига–Гамильтона (РГ) являются регулярными во всей области задания $\lambda_i \in [-1, 1]$, $i = 0, \dots, 3$. При использовании переменных РГ вместо кинематических уравнений Эйлера (13), представляющих собой систему из трех уравнений, мы имеем систему из четырех дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\lambda_0}{dt} &= -\frac{1}{2}(\lambda_1\omega_a + \lambda_2\omega_b + \lambda_3\omega_c), \\
 \frac{d\lambda_1}{dt} &= \frac{1}{2}(\lambda_0\omega_a - \lambda_3\omega_b + \lambda_2\omega_c), \\
 \frac{d\lambda_2}{dt} &= \frac{1}{2}(\lambda_3\omega_a + \lambda_0\omega_b - \lambda_1\omega_c), \\
 \frac{d\lambda_3}{dt} &= -\frac{1}{2}(\lambda_2\omega_a - \lambda_1\omega_b - \lambda_0\omega_c).
 \end{aligned} \tag{16}$$

Направляющие косинусы в параметрах Родрига–Гамильтона имеют вид

$$\begin{aligned}
 \alpha &= (\lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2) \cos f + 2(\lambda_0\lambda_3 + \lambda_1\lambda_2) \sin f, \\
 \beta &= 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) \cos f + (\lambda_0^2 - \lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_3^2) \sin f, \\
 \gamma &= 2((\lambda_0\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3) \cos f + (\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) \sin f).
 \end{aligned} \tag{17}$$