

Российская академия наук
Институт прикладной астрономии

Сообщения ИПА РАН

№ 160

О. О. Василькова

**Исследование динамики спутника астероида (243) Ida
методом сечений Пуанкаре**

Санкт-Петербург
2005

О. О. Василькова. Исследование динамики спутника астероида (243) *Ida* методом сечений Пуанкаре.

Ключевые слова: спутник астероида, поверхность сечения, вытянутый трехосный эллипсоид, стационарное вращение, интегральная форма потенциала.

Используя метод сечений Пуанкаре, численно исследуется динамика спутника пренебрежимо малой массы в окрестности быстро вращающегося астероида вытянутой формы (243) *Ida*. Форма астероида аппроксимируется фигурой трехосного эллипсоида, гравитационный потенциал которого представлен в замкнутой интегральной форме. Исследование ограничивается изучением орбит, лежащих в экваториальной плоскости астероида. На полученной численно диаграмме x (C), где C и x — значения постоянной Якоби и координаты x в начальный момент времени (для которого остальные компоненты четырехмерного начального условия (x, y, \dot{x}, \dot{y}) равны, соответственно, $y = 0; \dot{x} = 0; \dot{y} = \sqrt{-C + \omega^2 x^2 + 2V} > 0$), изображены зоны начальных условий (C, x) для регулярных, хаотических и <убегающих> орбит, а также кривые $x = x$ (C) почти круговых орбит спутника астероида (243) *Ida*. Обширная зона хаотического движения в области синодически попятных орбит смыкается на диаграмме с зоной орбит, ведущих к столкновению с поверхностью астероида. Из расположения зон регулярных орбит видно, что орбита малого спутника астероида (243) *Ida* может быть только обратной во вращающейся системе координат, причем, она может быть удалена от астероида (теоретически) на произвольно большое расстояние. С другой стороны, прямые в неподвижной системе орбиты спутника могут проходить практически у самой поверхности астероида (на расстоянии 28 км от его центра), тогда как обратные в неподвижной системе регулярные орбиты не могут располагаться ближе 47.8 км от центра астероида. Если предположить, что *Dactyl* находится на почти круговой орбите, с радиусом, приблизительно равным 90 км [1], то можно заключить, что его орбита может быть только обратной во вращающейся системе координат и, одновременно, прямой (при $C \approx -2.04$) или обратной (при $C \approx 2.37$) в неподвижной системе координат.

O. O. Vasilkova. Studying dynamics of a satellite of the asteroid (243) *Ida* by the method of Poincaré's surfaces of section.

Keywords: the asteroid satellite, surface of section, elongated triaxial ellipsoid, principal-axis rotation, integral form of potential.

Using the method of Poincaré's surfaces of section, dynamics of a small satellite is investigated numerically in the vicinity of the asteroid (243) *Ida*, a fast rotating and strongly elongated asteroid. The asteroid is approximated by a triaxial ellipsoid, rotating around its shortest axis with constant angular velocity. The gravitational potential of the triaxial ellipsoid is expressed in a closed integral form and computed numerically. We restrict ourselves to the motion lying in the equatorial plane of the asteroid.

The diagram $x(C)$, where C and x — are the values of the Jacobi constant and the coordinate x (in a rotating frame) at the initial moment of time (the rest components of the four-dimensional initial condition (x, y, \dot{x}, \dot{y}) are $y = 0; \dot{x} = 0; \dot{y} = \sqrt{-C + \omega^2 x^2 + 2V} > 0$, correspondingly), is computed numerically and reflects the zones of the initial conditions for regular, chaotic and escaping orbits and the curves $x(C)$ of almost circular orbits of a small satellite of the asteroid (243) *Ida*. The diagram demonstrates the generation of a wide chaotic zone in the region of sinodically retrograde orbits. The chaotic zone comes into contact with the zone of collisional orbits. From the location of the zones of regular orbits some restrictions can be put on the kind of a possible orbit of a small satellite of (243) *Ida*. Namely, its regular orbit can be sinodically retrograde only; it can pass (theoretically) arbitrarily far from the asteroid; its direct (in a fixed frame) orbits can pass close to the surface of the asteroid (up to the distance of 28 km from its center) but the orbits which are retrograde in a fixed frame can pass not closer than 47.8 km from the asteroid center. If we suppose that the Dactyl's orbit is almost circular and its radius is equal to 90 km [1], then we can conclude from the diagram that the Dactyl's orbit can be sinodically retrograde only and either direct (with $C \approx -2.04$) or retrograde (with $C \approx 2.37$) in a fixed frame.

Сообщения Института прикладной астрономии РАН № 160 – Санкт-Петербург, 2005. – 19 с.

Содержание

1. Введение	5
2. Описание модели	6
3. Основные уравнения	7
4. Метод сечений	8
5. Результаты	9
6. Выводы	18
Список литературы	19

1. Введение

В то время как классической проблеме движения частицы или спутника в окрестности планеты, форма которой близка к сферической, посвящено множество работ, методы исследования движения в близкой окрестности значительно вытянутого тела неправильной формы (такого как астероид) начали разрабатываться только в начале 90-х годов. Это было связано с готовящимся тесным сближением космического аппарата *Galileo* с астероидами главного пояса (951) *Gaspra* и (243) *Ida*. Особенный интерес к этой задаче был вызван после открытия первого спутника астероида, обнаруженного на снимках, сделанных в 1993 году космическим аппаратом *Galileo* при пролете мимо астероида (243) *Ida*. В 1994 году этот спутник получил имя *Dactyl*. В настоящее время астероиды, имеющие спутники, насчитываются десятками, что позволяет получать результаты, полученные в теоретических исследованиях и численных моделированиях непосредственно сопоставить с данными, полученными для систем астероид–спутник из снимков, сделанных космическими аппаратами, радарных измерений и высокоточных наблюдений. Детальные исследования нужны, чтобы выявить, какие из эволюционных процессов наиболее важны и установить диапазон физических параметров (размеров компонентов систем астероид–спутник, расстояний между ними), которые приводят к системам, устойчивым на протяжении возраста солнечной системы. Это, в свою очередь, поможет в дальнейших поисках спутников астероидов с помощью наблюдений и облегчит интерпретацию данных. Изучение расположения квазипериодических и хаотических орбит в окрестности астероида, а также расположения орбит, приводящих к столкновению с астероидом или выбросу из системы, поможет ввести ограничения на некоторые параметры плохо определенной орбиты спутника, а также выбрать наиболее удобную платформу для размещения космического аппарата для проведения наблюдений.

При достаточном удалении от Солнца возмущения, производимые несферичностью формы тел (внутренние возмущения) доминируют в орбитальной динамике над внешними (притяжением Солнца, действием солнечной радиации, возмущениями от планет и другими). В данной работе исследуются возмущения, действующие на спутник астероида, которые вызваны отклонением распределения масс внутри астероида от сферического. Для аппроксимации формы астероида использована фигура трехосного эллипсоида, включающая влияние трех наибольших измерений тела, которые могут быть определены из наземных наблюдений. Фигура трехосного эллипсоида — следующее приближение к реальной форме тела после приближения его шаром, а затем, эллипсоидом вращения, удобное тем, что потенциал трехосного эллипсоида можно представить в замкнутой интегральной форме, позволяющей точно (в пределах точности численного интегрирования) вычислять потенциал тела как удобно близко от его поверхности и при любых значениях его плотности, скорости вращения и соотношения осей.

Так как разложение по гармоникам неприменимо для вычисления потенциала вытянутого, далекого от сферы трехосного эллипсоида, замкнутая ин-

тегральная форма потенциала стала применяться сначала в области изучения галактик [2, 3]. Затем, в связи с полетами космических аппаратов к астероидам и открытиями спутников астероидов в последнее десятилетие возникла необходимость в исследовании динамики спутника в окрестности объектов солнечной системы, обладающих вытянутой, далекой от сферической, формой. К числу первых исследований в этой области относятся работы [4, 5, 6], в которых замкнутая интегральная форма потенциала трехосного эллипсоида используется для исследования движения в близкой окрестности астероида, аппроксимированного трехосным эллипсоидом, стационарно вращающимся вокруг своей наименьшей оси. Тогда как работы [5, 6] посвящены, в основном, периодическим движениям в окрестности астероида и его точек либрации, в работе [4] исследуется глобальная динамика малого спутника <стандартного> [7, 8] (с соотношением полуосей как $\sqrt(2) : 1 : 1/\sqrt(2)$) астероида. Способ отображения результатов численного исследования, применяемый в работе [4] и использующий метод сечений Пуанкаре, позволяет для любого астероида с известными значениями трех его полуосей, плотности и скорости вращения вокруг наименьшей оси выявить зоны возможного движения спутника; зоны, где это движение невозможно; зоны регулярных и хаотических орбит; зоны орбит, приводящих к столкновению с астероидом или выбросу из системы; а также расположение почти круговых орбит спутника.

В текущей работе способ отображения результатов численного интегрирования, описанный в работе [4], прилагается к исследованию динамики малого спутника в окрестности астероида (243) *Ida*, аппроксимированного трехосным эллипсоидом, равномерно вращающимся вокруг своей наименьшей оси. Астероид (243) *Ida* принадлежит к быстро вращающимся астероидам, его период T вращения вокруг наименьшей оси равен 4.63 часа. Он, также обладает, среди немногих астероидов, очень вытянутой формой (отношение наибольшей оси к наименьшей составляет $a : c = 28 \text{ км} : 10.5 \text{ км} \approx 2.67$). Результаты, полученные в текущей работе дополняют результаты, описанные в работе [4], полученные для медленно вращающейся ($T = 40$ часов) модели астероида, форма которого обладает меньшей степенью вытянутости ($a : c = \sqrt{2} : 1/\sqrt{2} = 2$).

2. Описание модели

В таблице указаны параметры однородного, равномерно вращающегося вокруг своей наименьшей оси, трехосного эллипсоида, аппроксимирующего астероид (243) *Ida*, которые были использованы при вычислении графиков, изображенных на рис. 1–10. Здесь $a > b > c$, ρ и T — обозначения величин полуосей эллипсоида, его плотности и периода вращения вокруг наименьшей оси. Во второй строке значения этих параметров выражены в физических единицах измерения, а в третьей — в системе единиц, принятой в настоящей работе и описанной ниже. Масса, плотность и период вращения вокруг наименьшей оси трехосного эллипсоида, а также значения трех его полуосей, совпадают с массой, плотностью, периодом вращения и величинами главных полуосей астероида (243) *Ida* [1, 9].

Таблица 1. Значения использованных в вычислениях параметров астероида (243) *Ida*

(243) <i>Ida</i>	a	b	c	ρ	T
физич. ед-цы	28 км	12 км	10.5 км	2.5 г/см ³	4.63 часа
относит. ед-цы	1.83928	0.78826	0.68973	$3/(4\pi)$	13.93238

Астероид (243) *Ida* является представителем быстро вращающихся астероидов (его период вращения вокруг наименьшей оси равен 4.63 часа). С другой стороны, он принадлежит к астероидам, обладающим очень вытянутой формой (отношение его наибольшей оси к наименьшей $a/c \approx 2.67$). Этот астероид еще интересен тем, что в 1993 году у него был обнаружен спутник, названный позднее *Dactyl*, имеющий близкую к сферической форму (при диаметре около 1.4 км), и находящийся на орбите, удаленной от астероида приблизительно на 90 км [1]. Исследование динамики малого спутника (а именно таким и является *Dactyl*) в окрестности астероида (243) *Ida* помогло бы наложить ограничения на некоторые параметры плохо определенной орбиты спутника *Dactyl*.

Для вычислений, произведенных в настоящей работе, выбрана система единиц, которая ранее использовалась в работе [4], где единицами длины и массы являются, соответственно, средний радиус астероида $(abc)^{1/3}$ и его масса M , а постоянная Гаусса k равна единице:

$$abc = 1, \quad M = 4\pi\rho abc/3 = 1, \quad k = 1. \quad (1)$$

Как следствие, плотность астероида в выбранной системе равна $3/(4\pi)$.

3. Основные уравнения

Введем систему координат xy , фиксированную в теле трехосного эллипсоида, аппроксимирующего астероид, и вращающуюся вместе с ним против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω , где вектор вращения направлен вдоль наименьшей оси эллипсоида. Расположим ее в плоскости экватора эллипсоида, совместив начало координат с центром инерции эллипсоида, и направив оси x и y системы вдоль наибольшей и средней полуосей трехосного эллипсоида, соответственно. Пусть неподвижная система координат в начальный момент времени совпадает с вращающейся. Ограничиваясь изучением плоских орбит спутника (орбит, лежащих в экваториальной плоскости

астероида), уравнения движения малого спутника во вращающейся системе можно записать в следующем виде [10]:

$$\ddot{x} = 2\omega\dot{y} + \omega^2x + V_x, \quad (2)$$

$$\ddot{y} = -2\omega\dot{x} + \omega^2y + V_y. \quad (3)$$

Потенциал V трехосного эллипсоида, аппроксимирующего астероид, и его частные производные V_x, V_y , могут быть вычислены (при известных значениях полуосей эллипсоида $a > b > c$ и его плотности ρ) по формулам [11]:

$$V = \frac{3}{4} \int_{\lambda}^{+\infty} \left(1 - \frac{x^2}{a^2 + s} - \frac{y^2}{b^2 + s} \right) \frac{ds}{R(s)}, \quad (4)$$

$$V_x = -\frac{3}{2} x \int_{\lambda}^{+\infty} \frac{ds}{(a^2 + s)R(s)}, \quad (5)$$

$$V_y = -\frac{3}{2} y \int_{\lambda}^{+\infty} \frac{ds}{(b^2 + s)R(s)}, \quad (6)$$

$$R(s) = \sqrt{(a^2 + s)(b^2 + s)(c^2 + s)}, \quad (7)$$

где λ — положительный корень квадратного уравнения

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1. \quad (8)$$

Решения уравнений движения спутника трехосного тела удобно рассматривать как возмущение его кеплеровского движения (когда астероид имеет форму шара: $a = b = c = 1$). В этом случае выражения для потенциала астероида и его частных производных принимают следующий вид:

$$V = 1/r, \quad V_x = -x/r^3, \quad V_y = -y/r^3. \quad (9)$$

4. Метод сечений

Метод сечений и инвариантных кривых впервые был представлен Пуанкаре в его теории *последующих* [12]. Позднее он был развит Бикгофом [13], представляющим его как метод, придающий динамической проблеме другую, новую форму. В основе метода лежит приведение системы уравнений движения четвертого порядка (используя, например, существование некоторого интеграла) сначала к системе третьего, а затем — второго порядка [14]. Уравнения движения (2, 3) допускают интеграл Якоби

$$-\dot{x}^2 - \dot{y}^2 + \omega^2 (x^2 + y^2) + 2V = C, \quad (10)$$

который, в случае кеплерова движения, принимает вид

$$-v^2 + \omega^2 r^2 + \frac{2}{r} = C, \quad (11)$$

где v — модуль вектора скорости во вращающейся системе координат. Вследствие этого, метод сечений Пуанкаре легко адаптируется для рассматриваемой задачи. Он может быть описан следующим образом [4]. Для орбиты в четырехмерном фазовом пространстве с координатами (x, y, \dot{x}, \dot{y}) будем рассматривать только точки, принадлежащие плоскости $y = 0$ и удовлетворяющие условию $\dot{y} > 0$ в момент пересечения орбиты с этой плоскостью. Каждой из рассматриваемых точек поставим в соответствие точку на плоскости $(x, s = \sin \theta)$, где θ определяется из уравнения $\operatorname{tg} \theta = \dot{x} / \dot{y}$ и представляет собой угол между вектором скорости и осью y . Множество всех (x, s) точек, образованное описываемым способом формирует *сечение Пуанкаре* рассматриваемой орбиты, на котором отображаются ее важнейшие динамические свойства. При некотором фиксированном значении C постоянной Якоби выберем начальные условия так, что $x = x, y = 0, \dot{x} = 0, \dot{y} = \dot{y} > 0$ (вектор скорости перпендикулярен оси x в начальный момент времени). Данному четырехмерному начальному условию соответствует двумерное $(x = x, s = \sin \operatorname{arctg} (\dot{x} / \dot{y}) = 0)$, принадлежащее оси x на сечении. Начальное значение \dot{y} при заданном x определяется значением постоянной Якоби и условием $\dot{y} > 0$:

$$\dot{y} = \sqrt{-C + \omega^2 x^2 + 2V}. \quad (12)$$

Четырехмерное и двумерное начальные условия однозначно определяют орбиту в физическом пространстве и соответствующее ей множество точек на плоскости (x, s) , представляющее собой сечение данной орбиты. Сечение квазипериодической орбиты представляет собой кривую, хаотической — беспорядочно разбросанное множество точек, сечение круговой орбиты — точку, а периодической (во вращающейся системе) — одну или несколько точек. На сечениях, изображенных на рис. 4–10 вместо переменной x используется величина

$$X = 10 \operatorname{arctg} (x/10). \quad (13)$$

При небольших значениях x выполняется соотношение $X \approx x$. Это замена позволяет охватить на графиках сечения орбит, находящихся на больших расстояниях от астероида. Численные результаты, отображенные на сечениях 4–10 и других (не представленных здесь), вычисленных для некоторого фиксированного значения C постоянной Якоби, объединены на диаграммах 1–3, где каждому двумерному начальному условию (C, x) , однозначно определяющему орбиту и соответствующему четырехмерному начальному условию

$$(x = x, y = 0, \dot{x} = 0, \dot{y} = \sqrt{-C + \omega^2 x^2 + 2V}), \quad (14)$$

сопоставляется одна из динамических областей. Ими являются области регулярных или хаотических движений; области орбит выброса или столкновения с поверхностью астероида; области, где движение невозможно.

5. Результаты

На рис. 1, 2 и 3 изображена динамика орбит малого спутника астероида (243) *Ida* для значений постоянной Якоби $-3.3 < C < 3.3$. Результаты, пред-

ставленные на этих графиках, относятся к системе координат, вращающейся вместе с астероидом с периодом вращения, равным 4.63 часа. Диаграмма на рис. 1 относится к кеплерову случаю движения спутника, то есть, когда астероид (243) *Ida* аппроксимируется шаром. Каждой точке плоскости (C, x) , с четырехмерным начальным условием (14), соответствует единственная орбита, тип которой определяется типом динамической зоны, к которой принадлежит точка (C, x) . Верхняя полуплоскость диаграммы ($x > 0$) соответствует синодически прямым, а нижняя ($x < 0$) — синодически попятным орбитам. Предполагается, что притягивающие шар и трехосный эллипсоид, аппроксимирующие астероид (243) *Ida*, имеют ту же массу и плотность, что и астероид. Следовательно, в принятой системе единиц измерения, радиус шара равен $R = (abc)^{1/3} = 1$. Орбита считается приводящей к столкновению, если в какой-то (не совпадающий с начальным) момент времени ее расстояние до центра астероида становится меньшим единицы. В этом случае начальная точка (C, x) попадает в зону столкновений (заштрихована по горизонтали). Если же это расстояние меньше единицы именно в начальный момент времени, точка (C, x) считается принадлежащей области начальных данных, находящихся внутри астероида (темная область). К темным областям, расположенным сверху и снизу от основной темной полосы, принадлежат начальные данные (C, x) , при которых квадрат начальной скорости принимает отрицательное значение. Начальные данные (C, x) орбит, приводящих к выбросу из системы, образуют (заштрихованные по вертикали) зоны убегающих орбит. Три кривые, обозначенные цифрами 1, 2, 3, относятся к круговым орбитам. Темная кривая внутри горизонтально заштрихованной области столкновений соответствует границе, разделяющей обратные ($x < 0$) во вращающейся системе координат орбиты, на прямые и обратные в фиксированной системе.

Рис. 2 отличается от рис. 1 только тем, что при вычислении зон начальных условий, находящихся внутри астероида или приводящих к столкновению с поверхностью астероида, предполагалось, что точка (C, x) принадлежит одной из этих зон, если соответствующая ей орбита подходит к астероиду на расстояние, меньшее большой полуоси астероида ($a = 28$ км). Это минимальное расстояние в принятой системе координат равно $r_* = a = 28/(28 \cdot 12 \cdot 10.5)^{1/3} \approx 1.839$. Расширение зоны столкновений в этом случае, по сравнению с кеплеровым ($r_* = 1$; рис. 1), отмечено на рис. 2 зигзагообразной штриховкой.

На рис. 3 аналогичная диаграмма, полученная численным интегрированием, изображена для случая движения малого спутника вокруг астероида (243) *Ida*, аппроксимированного трехосным эллипсоидом. Кривые 2 и 3 круговых орбит (рис. 1 и 2), соответствующие кеплерову случаю движения спутника, переходят на рис. 3 в кривые 2 и 3 почти круговых орбит.

Сравнивая диаграммы на рис. 1 и рис. 3, относящиеся, соответственно, к движению спутника вокруг шара и трехосного эллипсоида той же массы и плотности, можно заметить, что

- существование синодически прямых ($x > 0$) орбит спутника астероида возможно только в случае аппроксимации астероида шаром с радиусом

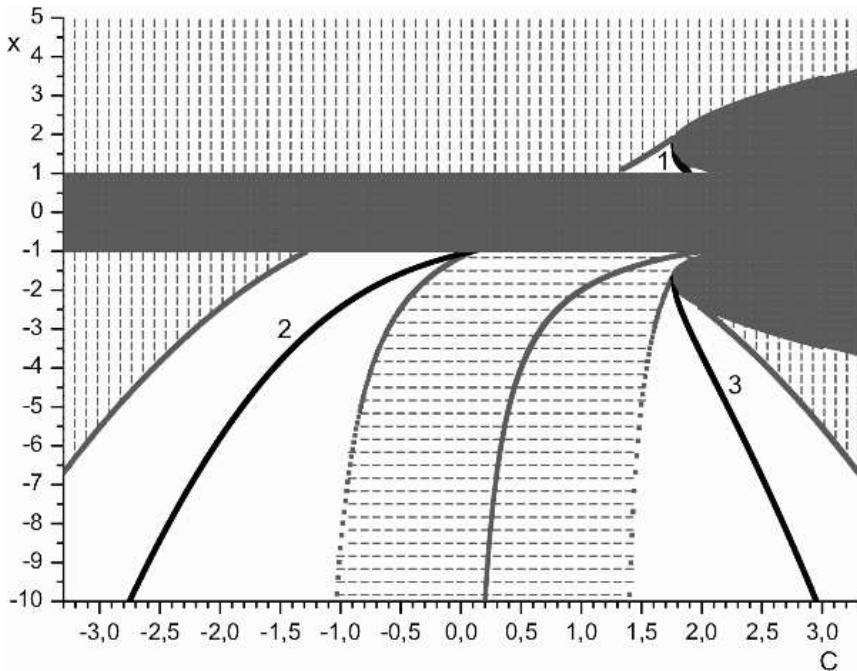


Рис. 1. Динамика малого спутника вокруг астероида (243) *Ida*, аппроксимированного сферой с радиусом, равным среднему радиусу астероида $(abc)^{\frac{1}{3}}$.

столкновения $r_* = 1$ и невозможно в случае аппроксимации астероида трехосным эллипсоидом.

- Влияние трехосности астероида на динамику орбит спутника сказывается в расширении зоны столкновения в трехосном случае по сравнению с кеплеровым ($r_* = 1$).
- Зона столкновений в трехосном случае существенно расширяется в области орбит, попутных как во вращающейся, так и в неподвижной системах координат, за счет появления обширной зоны хаотических орбит (заштрихованной по диагонали), отсутствующей в кеплеровом случае.

Изображенные на рис. 4–10 сечения Пуанкаре для значений постоянной Якоби $C = 2.2; -1.4; 1.966$ представляют собой верхнюю половину ($s \geq 0$) полученных сечений, которые, вследствие существования определенных симметрий в рассматриваемой задаче, симметричны относительно оси x . Рис. 4, 6 и 8 относятся к движению вокруг астероида (243) *Ida*, аппроксимированного шаром той же массы и плотности.

На рис. 4 единичной закрашенной точкой обозначено сечение круговой орбиты с начальными условиями $x = -4.89603$, $C = 2.2$ или, в условных единицах, $X = 10 \arctg(x/10) \approx -4.6$; три точки, отмеченные незакрашенными

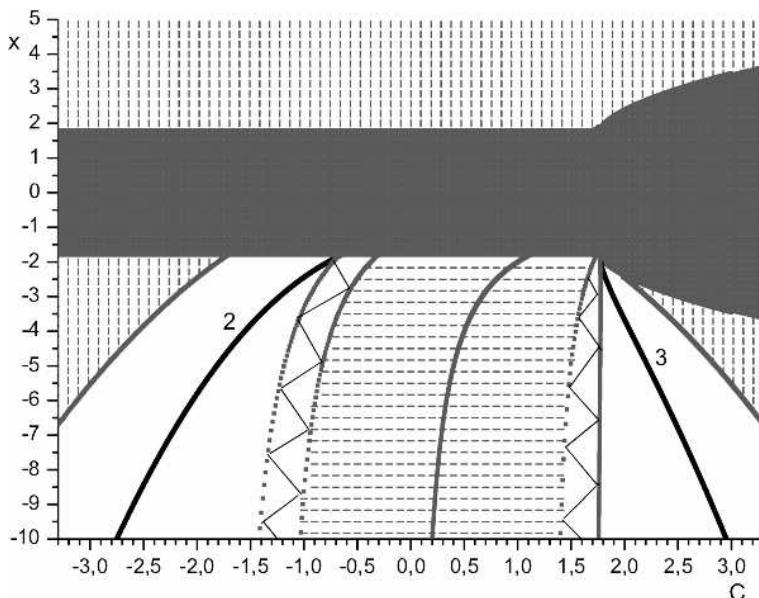


Рис. 2. Динамика малого спутника вокруг астероида (243) *Ida*, аппроксимированного сферой с радиусом, равным большей полуоси астероида.

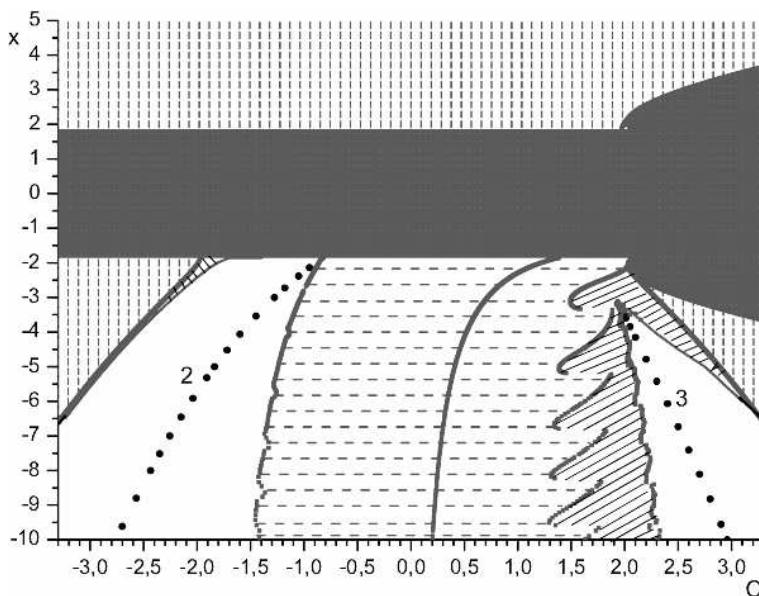


Рис. 3. Динамика малого спутника вокруг астероида (243) *Ida*, аппроксимированного трехосным эллипсоидом.

кружками, представляют сечение синодически периодической орбиты (резонанс 5/1 между периодом движения по орбите и периодом вращения астероида) с начальными условиями $x = -5.52177$, $C = 2.2$. Три точки, помеченные незакрашенными квадратами, являются сечением синодически периодической орбиты (резонанс 6/1) с начальными условиями $x = -7.43423$, $C = 2.2$. Все сечения на рис. 4 расположены в полуплоскости $x < 0$, что означает, что соответствующие им орбиты являются синодически попятными.

На рис. 5, построенном численно при значении постоянной Якоби $C = 2.2$ отражено влияние трехосности астероида на динамику орбит по сравнению с динамикой кеплеровской задачи, изображенной на рис. 4 для того же значения постоянной Якоби. Можно заметить, что при $X < -6.3$ ($x < -7.4$) или $X > -3.6$ ($x > -3.8$) квазипериодические орбиты кеплеровой задачи (рис. 4) становятся хаотическими в трехосной задаче, что выражается в беспорядочном разбросе точек сечений этих орбит (рис. 5). Это согласуется с глобальной динамической картиной для трехосной задачи (рис. 3), где синодически обратные орбиты ($x < 0$), имеющие начальное расстояние, большее 7.4 ($x < -7.4$) или меньшее 3.8 ($x > -3.8$) от центра астероида, переходят из (незаштрихованной) зоны регулярных орбит в (диагонально заштрихованную) область хаотических орбит. То есть, при $C = 2.2$ область регулярных орбит расположена на расстояниях $3.8 < r < 7.4$ или, в физических единицах, $57.8 \text{ км} < r < 112.5 \text{ км}$ от центра астероида. На рис. 5 этот диапазон соответствует $-6.3 < X < -3.6$. Круговая кеплерова орбита с начальными условиями $x = -4.89603$; $C = 2.2$ (рис. 4) становится в трехосном случае (рис. 5) почти круговой, с начальными условиями $x = -4.78515$; $C = 2.2$, располагаясь на 1.69 км ближе к астероиду.

Аналогично, на рис. 6 и 7 представлена динамика малого спутника астероида (243) *Ida* для кеплерова и трехосного случая движения при значении постоянной Якоби $C = -1.4$. Почти круговая орбита в трехосном случае (рис. 7) также располагается ближе (на 1.82 км) к астероиду, чем круговая орбита кеплерова случая (рис. 6). Зона регулярных орбит при этом значении Якоби, в случае движения вокруг трехосного эллипсоида, простирается от самой поверхности астероида (1.839 условных единиц, или, 28 км от центра астероида) до расстояний 7 условных единиц, или, 106.5 км, переходя при больших расстояниях в зону орбит столкновения с поверхностью астероида (рис. 3).

Рис. 8 и 9 соответствуют кеплерову и трехосному случаю движения при значении постоянной Якоби $C = 1.966$. В кеплеровом случае (рис. 8) существуют синодически попятная круговая орбита радиуса 3.455 средних радиусов астероида (52.6 км) и три синодически периодических орбиты с начальными расстояниями от центра астероида, равными, соответственно 3.975 (резонанс 3/1); 5.881 (резонанс 7/2) и 5.043 (резонанс 4/1) средних радиусов астероида. Зона регулярных орбит в трехосном случае (рис. 9) сокращается до нескольких островков, образованных сечениями квазипериодических орбит, окружающих три точки (рис. 10, слева: область регулярных орбит для $C = 1.966$ показана крупным планом). Одна из этих точек (пустой кружок) — сечение почти

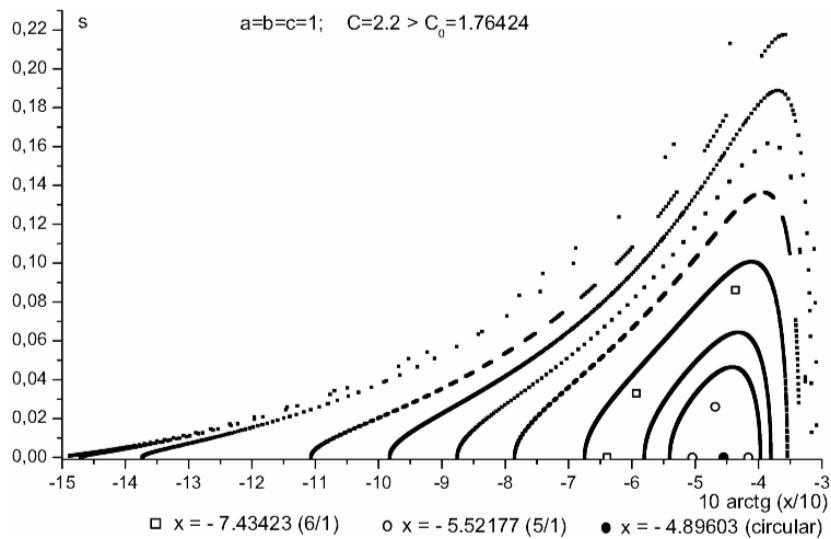


Рис. 4. Сечение Пуанкаре при $C = 2.2$ для движения в окрестности астероида (243) *Ida*, аппроксимированного сферой той же массы и плотности.

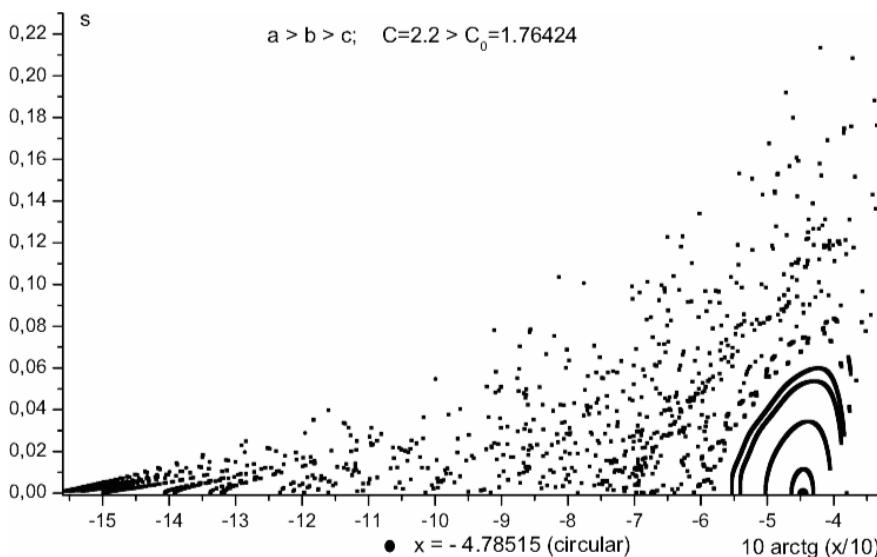


Рис. 5. Сечение Пуанкаре при $C = 2.2$ для движения в окрестности астероида (243) *Ida*, аппроксимированного трехосным эллипсоидом той же массы и плотности.

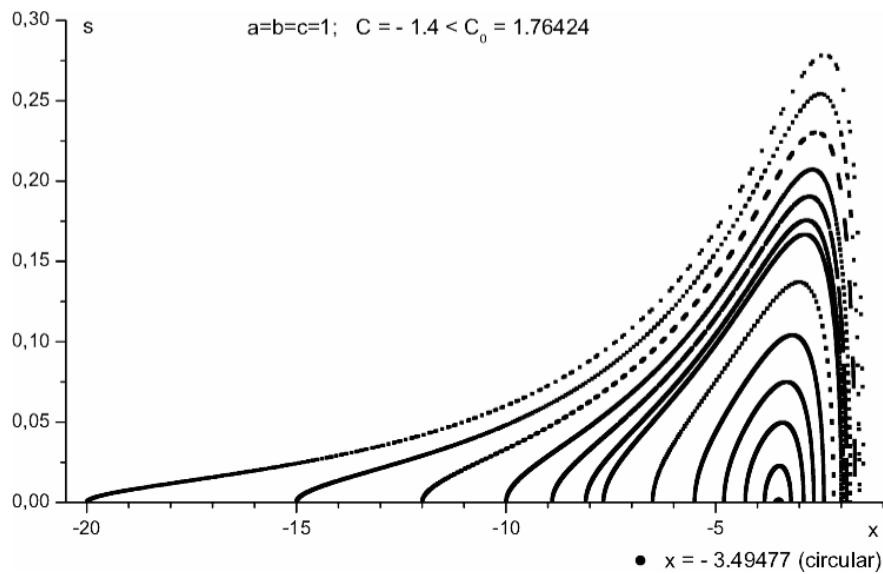


Рис. 6. Сечение Пуанкаре при $C = -1.4$ для движения в окрестности астероида (243) *Ida*, аппроксимированного сферой той же массы и плотности.

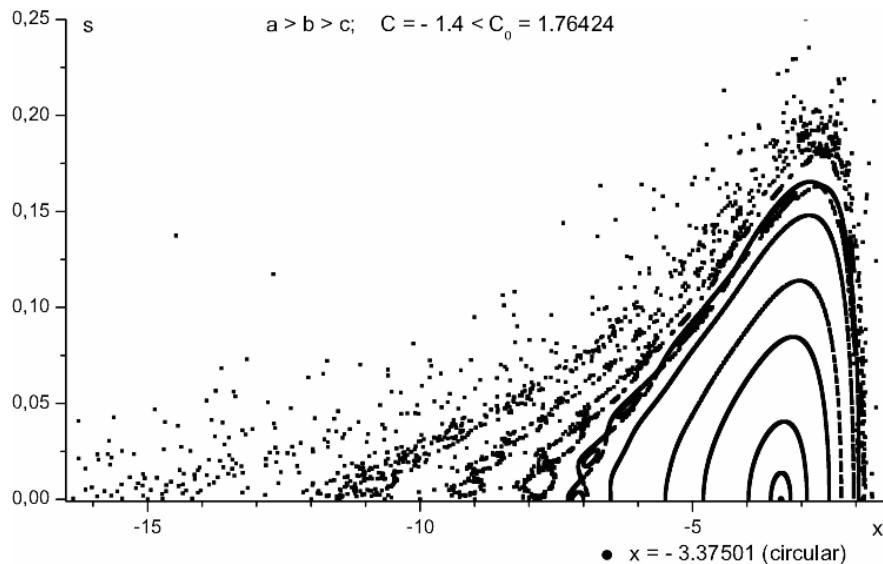


Рис. 7. Сечение Пуанкаре при $C = -1.4$ для движения в окрестности астероида (243) *Ida*, аппроксимированного трехосным эллипсоидом той же массы и плотности.

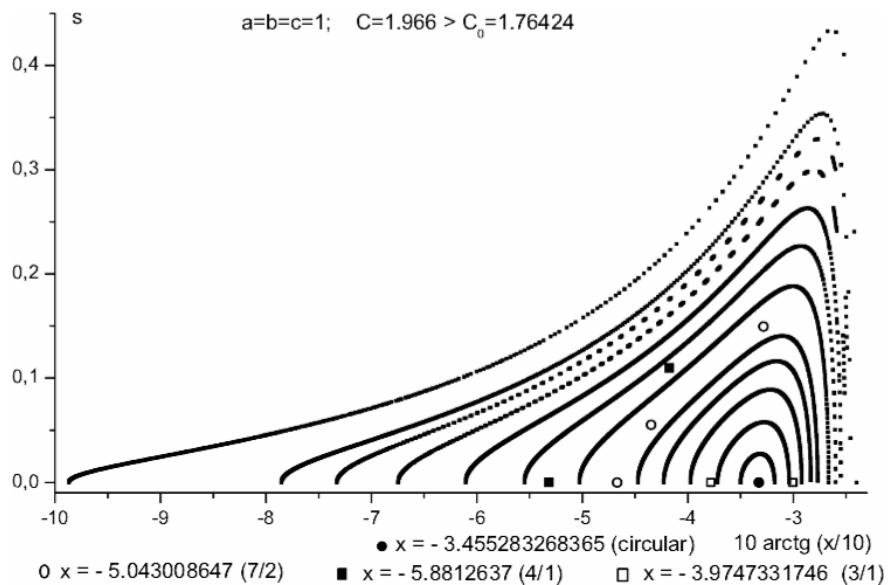


Рис. 8. Сечение Пуанкаре при $C = 1.966$ для движения в окрестности астероида (243) *Ida*, аппроксимированного сферой той же массы и плотности.

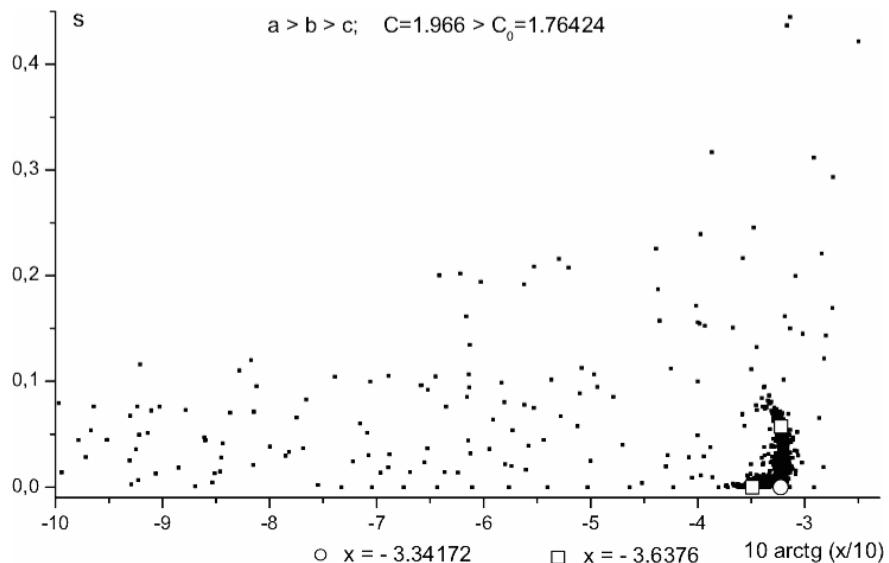


Рис. 9. Сечение Пуанкаре при $C = 1.966$ для движения в окрестности астероида (243) *Ida*, аппроксимированного трехосным эллипсоидом той же массы и плотности.

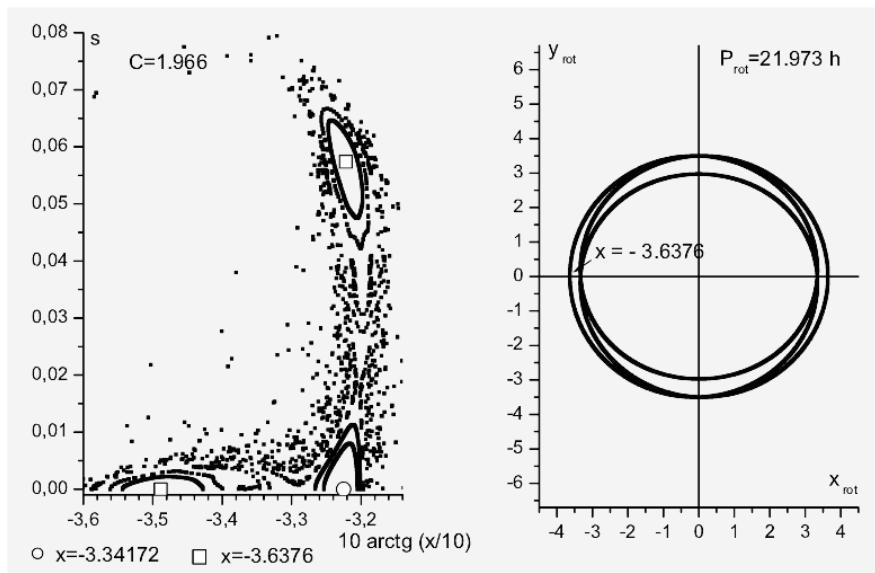


Рис. 10. Слева: сечение Пуанкаре при значении постоянной Якоби $C = 1.966$ для движения в окрестности трехосного эллипсоида, имеющего плотность, массу и скорость вращения астероида (243) *Ida*. Область периодических орбит, которая на рис. 9 совпадает с областью сгущения точек, показана здесь крупным планом. Справа: вид во вращающейся системе координат периодической орбиты с начальными данными $x = -3.6376$; $s = 0$; $C = 1.966$, сечение которой на рис. 9 и на данном рисунке, слева, обозначено незакрашенными квадратами.

круговой орбиты с начальными условиями $x = -3.342$; $C = 1.966$, а две точки, обозначенные пустыми квадратами — сечение синодически периодической орбиты с начальными условиями $x = -3.6376$; $C = 1.966$ (на рис. 10, справа, изображен вид этой орбиты во вращающейся системе координат). Почти круговая орбита расположена на 1.728 км ближе к астероиду, чем кеплерова круговая орбита.

6. Выводы

Сравнивая расположение динамических зон на рис. 1 и 3, соответствующих движению спутника вокруг шара и трехосного эллипсоида, аппроксимирующих астероид (243) *Ida*, можно сделать следующие выводы:

- Наиболее заметным отличием динамики орбит спутника быстро вращающегося астероида значительно вытянутой формы, аппроксимированного трехосным эллипсоидом, от динамики спутника шара той же массы и плотности (динамики кеплеровых орбит) является появление обширной зоны хаотических орбит (которые являются обратными в обеих системах координат), смыкающейся с зоной орбит столкновений.
- Еще одним отличием является отсутствие регулярных синодически прямых орбит, в то время как спутники на синодически обратных орбитах могут быть обнаружены у таких астероидов на (теоретически) произвольно большом удалении от астероида.
- Из расположения зон регулярных орбит можно заключить, что спутник астероида (243) *Ida* может находиться только на синодически попутной орбите, удаленной (теоретически) на произвольно большое расстояние. С другой стороны, спутник может быть обнаружен как угодно близко от конца самой длинной полуоси астероида, если он находится на орбите, являющейся прямой в неподвижной системе, но не ближе 19.6 км от окончания этой полуоси, если он обращается по орбите, являющейся в неподвижной системе координат обратной.
- Если принять, что *Dactyl* обращается по почти круговой орбите радиуса 90 км [1], расположенной в экваториальной плоскости астероида, то, как видно из диаграммы, изображенной на рис. 3, значение постоянной Якоби для его синодически попутной орбите будет равно $C \approx -2.04$ или $C \approx 2.37$ в зависимости от того, прямой или обратной является орбита *Dactyl* в неподвижной системе координат.
- Наиболее удобной орбитой для размещения искусственного спутника астероида (243) *Ida* может быть синодически попутная орбита, начальные данные которой выбираются из незаштрихованной зоны регулярных орбит, недалеко от кривых 2 или 3 почти круговых орбит и на достаточном удалении от зон хаотических орбит и орбит столкновений с астероидом.

Список литературы

- [1] Matthew D. <http://www.astronomytoday.com/astronomy/asteroids.html>, 2005.
- [2] Антонов В. А. Фигуры равновесия вращающейся жидкости, обладающие особыми точками. *Вестн. Ленингр. ун-та* **13**, 1961, 157–160.
- [3] Danby J. M. A. The formation of arms in barred spirals. *Astron.J.*, 1965, **70**, 7, 501–512.
- [4] Chauvineau B., Farinella P., and Mignard F. Planar orbits about a triaxial body: application to asteroidal satellites. *Icarus* **105**, 1993, 370–384.
- [5] Scheeres D. J. Satellite dynamics about tri-axial ellipsoids. *Advances in nonlinear astrodynamics*, University of Minnesota, Nov. 8–10, 1993, 1–28.
- [6] Scheeres D. J. Dynamics about uniformly rotating triaxial ellipsoids: applications to asteroids. *Icarus* **110**, 1994, 225–238.
- [7] Capaccioni F., Cerroni P., Coradini M., Farinella P., Flamini E., Martelli G., Paolicchi P., Smith P. N., Zappalà V. Shapes of asteroids compared with fragments from hypervelocity impact experiments. *Nature* **308**, 1984, 832–834.
- [8] Catullo V., Zappalà V., Farinella P., Paolicchi P. Analysis of the shape distribution of asteroids. *Astronomy and Astrophysics* **138**, 1984, 464–468.
- [9] Beatty J. K. Ida and Company. *Sky Telesc.*, 1995, January, 20–23.
- [10] Субботин М. Ф. Курс небесной механики. т.2. 1937, М.-Л., ОНТИ НКТП.
- [11] Субботин М. Ф. Курс небесной механики. т.3. 1949, М.-Л., ГИТТЛ.
- [12] Poincaré H. *Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste*. v.3. 1899. Gauthier-Villars, Paris. Русский перевод: Пуанкаре А. Избранные труды в трех томах. т.2. Новые методы небесной механики. Топология. Теория чисел. 1972, М., Наука.
- [13] Birkhoff G. D. *Dynamical systems*. 1927, New York. Русский перевод: Биркгоф Дж. Д. Динамические системы. 1941, М.-Л. ГИТТЛ.
- [14] Szebehely V. *Theory of orbits*. 1967, New York and London. Academic Press. Русский перевод: Себехей В. Теория орбит. 1982. Москва. Наука.

О. О. Василькова

Исследование динамики спутника астероида (243) Ida методом сечений Пуанкаре.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы **ЛАТЭХ**

Подписано к печати 15.09.2005 Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Печ.л. 1.5
Уч.-изд.л. 1.5 Тираж 75 Заказ 155 бесплатно

Отпечатано в типографии ПИЯФ РАН
(188350 Ленинградская обл., г. Гатчина, Орлова роща).

Институт прикладной астрономии РАН, 197110, С.-Петербург, Ждановская ул., 8.