

## Оптимизация планирования часовых РСДБ-сессий для определения поправок Всемирного времени

© Куделькин А. А., Курдубов С. Л.

ИПА РАН, г. Санкт-Петербург, Россия

Часовые РСДБ-наблюдения вносят большой вклад в регулярное вычисление поправок к Всемирному времени  $\Delta UT1$ . Поскольку вариации данного параметра существенны даже на малых интервалах времени, а точное знание Всемирного времени критически важно для работы спутниковых систем навигации, необходимо оперативное и точное определение поправок к Всемирному времени.

В данной статье рассматриваются применяемые в настоящее время алгоритмы планирования наблюдений: минимизации ковариационной матрицы и покрытия неба. Для алгоритма минимизации ковариационной матрицы предложены некоторые модификации — генетический алгоритм и алгоритм замены источников, — призванные улучшить его работу в случае планирования часовых сессий. Проведено моделирование РСДБ-наблюдений для вычисления поправки к Всемирному времени  $\Delta UT1$  по наблюдениям РСДБ-комплекса «Квазар-КВО» и оценено полученное среднеквадратическое отклонение разброса параметра для каждого из алгоритмов.

**Ключевые слова:** задача планирования РСДБ-наблюдений, определение поправки к Всемирному времени.

<https://doi.org/10.32876/AplAstron.51.73-81>

### Введение

В настоящее время на РСДБ-комплексе «Квазар-КВО» регулярно проводятся два вида геодезических наблюдений: суточные и часовые [1, 2]. Часовые РСДБ-сессии проводятся преимущественно на двух станциях. В основном часовые сессии предназначены для оперативного определения поправки к Всемирному времени  $\Delta UT1$ . Из-за особенностей геометрии сети и малого числа наблюдений число неизвестных параметров минимально. Параметры влажной тропосферной задержки в зените станций обычно считаются постоянными в течение всей сессии, разность хода часов определяется в центре анализа ИПА РАН как линейный или квадратический процесс без учета стохастической части хода. Прочие величины считаются известными априори, включая координаты антенн, координаты и скорости источника, координаты небесного и земного полюсов. При анализе часовых сессий чаще всего используется метод наименьших квадратов и следующая модель [3]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{y}$  — вектор разностей наблюдаемой и теоретической задержек в моменты времени  $t_1 \dots t_N$ ,  $\mathbf{A}$  — матрица, строки которой есть векторы частных производных по уточняемым параметрам  $\mathbf{x}$ .  $\boldsymbol{\varepsilon}$  — вектор, на  $i$ -том месте которого

находится нормальная несмещенная случайная величина с известным среднеквадратическим отклонением (СКО)  $\sigma_i$ , характеризующая инструментальную задержку  $i$ -ого наблюдения.

Планирование РСДБ-наблюдений осуществляется с помощью различных программных пакетов, наиболее известным из которых является «Sked» [4]. «Sked» разрабатывался для планирования сессий, проводимых на разветвленной сети телескопов. Для планирования наблюдений данный пакет работает по одному из двух алгоритмов: по алгоритму выбора наблюдений по покрытию неба или алгоритму минимизации ковариационной матрицы (МКМ). Как будет показано далее, результат работы обоих алгоритмов в случае планирования часовых сессий можно улучшить. В данной работе предлагается несколько алгоритмов, являющихся по сути модификацией алгоритма МКМ в приложении к задаче планирования часовых наблюдений.

### Планирование РСДБ-наблюдений в программном пакете «Sked»

Расписанием сессии будем называть последовательность пар  $S_N = ((t_i^b, t_i^e), s_i)_{i=1}^N$ ,  $0 \leq t_i^b < t_i^e < t_{i+1}^b < t_{i+1}^e \leq T$ , где  $s_i$  — наблюдаемый источник,  $t_i^b$ ,  $t_i^e$  — время начала и конца наблюдения данного источника,  $N$  — число наблюдений,  $T$  — продолжительность сеанса. Предполагается, что в любой момент времени  $t \in [t_i^b, t_i^e]$  источник  $s_i$  является видимым с каждой станции наблюдения.

Алгоритм выбора наблюдений по покрытию неба в случае планирования часовых наблюдений для двух антенн работает следующим образом. На  $i$ -ом шаге алгоритм выбирает источник, находящийся на максимальном угловом расстоянии от источников, ранее включенных в расписание [5].

Алгоритм минимизации ковариационной матрицы выполняется следующим образом. Фиксируется множество неизвестных параметров. Предположим, построено некоторое расписание наблюдений  $S_k$  для интервала  $(0, t_k)$ . Вместе с расписанием  $S_k$  также можно вычислить ковариационную матрицу  $\text{cov}(S_k)$ , соответствующую данному расписанию. В самом деле, для каждого расписания может быть определена матрица частных производных по неизвестным параметрам  $A_{S_k}$  и вектор инструментальных задержек  $\epsilon_{S_k}$ . В случае если число наблюдений  $(0, t_k)$  больше числа неизвестных параметров, матрица ковариации неизвестных параметров  $\hat{\chi}$  получается из метода наименьших квадратов:  $\text{cov}(\hat{\chi}) = (A_{S_k}^T \text{cov}(\epsilon_{S_k})^{-1} A_{S_k})^{-1}$ , при этом начальное расписание должно содержать число наблюдений не меньше числа определяемых параметров. Далее расписание итеративно распространяется на весь промежуток способом, описанным ниже.

Пусть требуется распространить расписание  $S_k$  на интервал  $(0, t_{k+1})$ ,  $t_{k+1} > t_k$ . Для этого перебираются все доступные на интервале времени  $(t_k, t_{k+1})$  источники и вычисляются ковариационные матрицы расписания  $S_{k+1, s_i} = (S_k, ((t_{k+1}^b, t_{k+1}^e), s_i))$ .

Сравнение двух ковариационных матриц происходит следующим образом. Пусть  $S_k$  — уже построенная часть расписания,  $S_{k+1, s_i}$  — новое расписание, полученное добавлением к расписанию  $S_k$  наблюдения источника  $s_i$ . Для каждой матрицы  $\text{cov}(S_{k+1, s_i})$  вычисляется следующая сумма:

$$f(\text{cov}(S_{k+1, s_i})) = \sum_j \frac{(\text{cov}(S_{k+1, s_i}))_{(j,j)}}{(\text{cov}(S_k))_{(j,j)}}, \quad (2)$$

где суммирование ведется по множеству определяемых параметров. Среди расписаний  $S_{k+1, S_i}$  выбирается то, для которого соответствующая сумма меньше. Таким образом, перебором всех подходящих наблюдений источников получается расширение исходного расписания на отрезок  $(0, t_{k+1})$ , шаг итерации закончен.

Повторяя данное действие до достижения конца времени сессии, мы получим итоговое расписание.

## Усовершенствование алгоритма планирования

### *Изменение минимизируемой функции*

Рассмотрим теперь функцию (2). Как следует из определения, на диагонали ковариационной матрицы стоят дисперсии неизвестных параметров. Таким образом, величина  $(\text{cov}(S_{k+1, S_i}))_{(j,i)} / (\text{cov}(S_k))_{(j,i)}$  характеризует изменение дисперсии параметра с помощью нового расписания относительно определения, полученного со старым расписанием. Соответственно, функция (2) дает сумму относительных изменений дисперсий определяемых параметров. Поскольку в данной работе рассматривается лишь определение параметра Всемирного времени  $\Delta UT1$ , остается лишь один элемент суммы. Мы также можем отказаться от нормировки, поскольку в данном случае она будет означать деление на константу. Таким образом, минимизируемая функция в случае часовых сессий, направленных на определение поправки к Всемирному времени  $\Delta UT1$ , есть:

$$f(\text{cov}(S_{k+1, S_i})) = \text{cov}(S_{k+1, S_i}). \quad (3)$$

При моделировании процесса часовых наблюдений мы сделаем некоторые упрощения. Время наблюдения каждого источника и время переброса телескопов между двумя соседними источниками в расписании будем считать фиксированными. В таком случае определение расписания также упрощается: расписание — это последовательность наблюдений источников  $(s_1, s_2, \dots, s_N)$ . В самом деле, в случае фиксации времени наблюдения и времени переброса все моменты  $t_i^b, t_i^e$  зависят исключительно от индекса  $i$ .

Отметим, как при такой постановке задачи меняется реализация алгоритма МКМ. Так как отсутствует необходимость учета времени, построение расписания можно начинать не последовательно, а в произвольном порядке, задаваемом некоторой перестановкой множества  $[1:n]$ . В зависимости от начального расписания и перестановки будут определяться разные расписания. Таким образом, для каждой задачи можно сгенерировать некоторое число различных расписаний, определяющихся начальным случайным расписанием и перестановкой. В дальнейшем в тексте под названием «алгоритм минимизации ковариационной матрицы» будет подразумеваться именно данная модификация приведенного алгоритма, если не сказано иное.

### *Алгоритм замены источников*

Предположим, мы нашли некоторое расписание  $S_0$ , случайное либо вычисленное алгоритмом МКМ. Улучшения расписания можно добиться путем замены некоторых наблюдений на другие. Зафиксируем некоторый номер на-

блюдения  $i$  и временно исключим его, рассмотрев расписание  $S_{0,-i}$ . Далее, будем подставлять на свободное место все возможные наблюдения и вычислять значение матрицы ковариации. Для ускорения вычисления можно использовать формулу Шермана-Моррисона:

$$(A^{-1} + \mathbf{u}\mathbf{u}^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1}\mathbf{u}\mathbf{u}^T A^{-1}}{1 + \mathbf{u}^T A^{-1}\mathbf{u}}, \quad (4)$$

где  $A = \text{cov}(S_k)$ ,  $\mathbf{u}$  — вектор производных задержки сигнала по неизвестным параметрам для источника  $s_i$ . Будем обновлять расписание каждый раз, как только получившаяся матрица ковариации станет меньше исходной, после чего вновь повторим данное действие. Алгоритм завершается в тот момент, когда всякая замена любого расписания не приводит к уменьшению функции (3). Данный алгоритм будем называть алгоритмом замены источников.

Аналогичным образом можно заменять несколько источников, однако необходимо помнить, что вычислительная сложность растет как  $O((TS)^n)$ , где  $T$  — число моментов времени,  $S$  — число источников,  $n$  — число замен в одном шаге.

### Генетический алгоритм

Предположим, имеется некоторый набор расписаний (назовем его поколение). Описав процессы скрещивания, мутации и отбора, можно построить генетический алгоритм следующим образом:

1. Из текущей генерации выбираем (возможно, с повторениями) некоторое наперед заданное число пар расписаний.
2. Скрещиваем и мутируем их, таким образом получаем новые расписания.
3. Смешиваем новое поколение с предыдущим и отбираем некоторый процент лучших расписаний, тем самым получая новое поколение расписаний.

Скрещивание расписаний: случайным образом выберем два расписания  $S^0 = (s_1^0 \dots s_N^0)$  и  $S^1 = (s_1^1 \dots s_N^1)$ . Сгенерировав случайную последовательность нулей и единиц  $l \in \{0, 1\}^N$ , получим новое расписание  $S = ((1-l_1)s_1^0 + l_1s_1^1 \dots (1-l_N)s_N^0 + l_Ns_N^1)$ . Таким образом, на  $i$ -ом месте будет стоять источник  $s_i^0$ , если  $l_i = 0$ , или  $s_i^1$ , если  $l_i = 1$ . Расписания  $S^0, S^1$  будем называть родителями, расписание  $S$  — потомком.

Мутация расписания: пусть  $p_m \in [0, 1]$  — фиксированная вероятность одной мутации. Сгенерируем случайное число из равномерного распределения на отрезке  $[0, 1]$ . Если оно меньше  $p_m$ , выберем произвольное наблюдение и заменим его на любое другое наблюдение. Будем повторять данную операцию, пока не сгенерируется число, большее  $p_m$ .

Отбор расписаний: пусть  $p_d \in [0, 1]$  — некоторое фиксированное число. Для каждого расписания  $S$  найдем значение минимизируемой функции (3). Удалим  $(100p_d)\%$  худших расписаний.

Таким образом, задав начальное поколение, вероятность мутации  $p_m$ , вероятность отбора  $p_d$ , число поколений  $N_g$  и число потомков в каждом поколении  $N_c$ , мы получим генетический алгоритм. Результатом его работы будет расписание из последнего поколения, с наименьшим значением минимизируемой функции.

## Сравнение алгоритмов

Для оценки качества работы изложенных алгоритмов было осуществлено моделирование. Из каталога rfc\_2018c [6] были отобраны источники, удовлетворяющие следующим критериям:

1. Погрешность склонения меньше 0.15 mas.
2. Произведение погрешности прямого восхождения и косинуса склонения также меньше 0.15 mas.
3. Отношение сигнал-шум плотности потока излучения в секунду больше 20.

Для станций «Бадары» и «Светлое» был смоделирован часовой сеанс РСДБ-наблюдений для определения поправки к Всемирному времени. Для этого для выбранных источников определено сто равноотстоящих моментов времени, каждый момент времени есть середина отрезка  $(t_i^b, t_i^e)$ . В качестве множества неизвестных параметров были выбраны разность хода часов как линейный тренд  $clock^1$ , влажные задержки в зените над каждой антенной  $tror_1, tror_2$  и поправка Всемирного времени  $\Delta UT1$ .

Для данной задачи каждым из вышеупомянутых алгоритмов была составлена 1000 различных расписаний. Параметры генетического алгоритма:  $p_m = 0.5, p_d = 0.7, N_g = 100, N_c = 70$ . Кроме того, была произведена выборка 1000 случайных расписаний.

На рисунке изображены плотности распределения получившихся значений минимизируемой функции. Кроме того, основные характеристики данных распределений приведены в табл. 1.

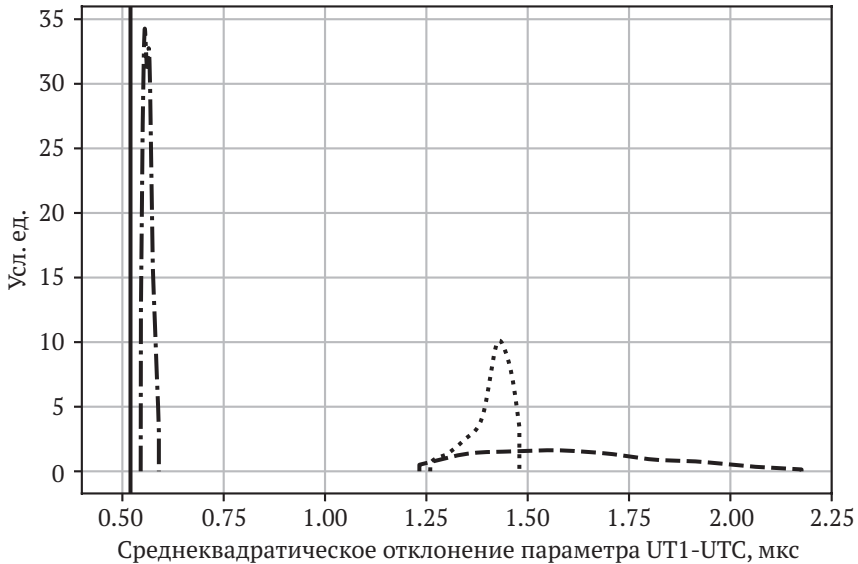


Рисунок. Плотности распределения СКО параметра UT1-UTC для алгоритма МКМ (пунктир-точка), случайных расписаний (штриховой пунктир), алгоритма покрытия неба (точечный пунктир), алгоритма замены источников и генетического алгоритма (сплошная линия)

Основные характеристики распределений, полученных различными алгоритмами

Алгоритм	Математическое ожидание, мкс	СКО, мкс
Случайный	1.63	2.97e-01
Покрытие неба	1.41	6.42e-02
МКМ	0.57	2.46e-02
Генетический	0.52	2.55e-05
Замены источников	0.52	1.17e-04

Из данных в табл. 1 можно сделать следующие выводы:

1. Алгоритм покрытия неба дает сравнительно небольшое улучшение СКО относительно случайных расписаний.

2. СКО алгоритма МКМ на порядок лучше СКО алгоритма покрытия неба. Так, среднее значение алгоритма МКМ превосходит среднее значение алгоритма покрытия неба на 0.84 мкс.

3. Результаты работы генетического алгоритма и алгоритма замены источников практически одинаковы (разность средних значений менее 0.01 мкс). Однако скорость работы алгоритма замены источников выше.

4. Использование генетического алгоритма в сравнении с алгоритмом МКМ дает среднее улучшение оценки в 0.05 мкс, однако основное его преимущество связано с отсутствием разброса значений — его СКО порядка  $10^{-5}$ .

### Возможность изменения параметризации в момент обработки результатов РСДБ-наблюдений

Процесс определения поправки к Всемирному времени  $\Delta UT1$  из РСДБ-наблюдений состоит из двух независимых частей, планирования наблюдений и их обработки. Алгоритмы МКМ, замены источника и генетический алгоритм построены для некоторого заранее определенного набора неизвестных параметров и минимизируемой функции. Предположим, одним из вышеприведенных алгоритмов было вычислено некоторое расписание для некоторого набора неизвестных параметров  $p_1$ , после чего результаты наблюдений были обработаны пользователем для набора неизвестных параметров  $p_2$ . Возникает вопрос: насколько достоверными будут поправки к определяемым параметрам в таком случае?

Для иллюстрации данной проблемы были выбраны три варианта параметризации:

- $\Delta UT1, \text{clock}$ ,
- $\Delta UT1, \text{trop}_1, \text{trop}_2, \text{clock}$ ,
- $\Delta UT1, \text{trop}_1^1, \text{trop}_2^1, \text{clock}^1$ ,

где  $\Delta UT1$  — поправка к Всемирному времени,  $\text{trop}_i^j$  — влажная компонента тропосферной задержки для  $i$ -ой станции, аппроксимированная полиномом  $j$ -той степени,  $\text{clock}^j$  — разность хода часов на станциях, также аппроксими-

ванная полиномом  $j$ -ой степени (в случае отсутствия верхнего индекса  $j = 0$ ). Для каждой из параметризаций было вычислено 1000 расписаний, сгенерированных алгоритмом МКМ, минимизирующих СКО поправки к Всемирному времени  $\Delta UT1$ . После чего проверялось, как изменяется СКО данного параметра в зависимости от выбора параметризации при обработке наблюдений.

Результат приведен в табл. 2 и табл. 3. По вертикали отложены варианты параметризации, применявшиеся при обработке наблюдений, по горизонтали — при планировании. В каждой ячейке указаны математическое ожидание СКО поправки к Всемирному времени. Для оценки применялся алгоритм замены источников.

Т а б л и ц а 2

Математическое ожидание СКО поправки к Всемирному времени

	$\Delta UT1, \text{clock}$	$\Delta UT1, \text{trop}_1, \text{trop}_2, \text{clock}$	$\Delta UT1, \text{trop}_1^1, \text{trop}_2^1, \text{clock}^1$
$\Delta UT1, \text{clock}$	0.51	0.52	0.52
$\Delta UT1, \text{trop}_1, \text{trop}_2, \text{clock}$	18.82	0.52	0.52
$\Delta UT1, \text{trop}_1^1, \text{trop}_2^1, \text{clock}^1$	188.75	0.89	0.52

Т а б л и ц а 3

СКО среднеквадратического отклонения поправки к Всемирному времени

	$\Delta UT1, \text{clock}$	$\Delta UT1, \text{trop}_1, \text{trop}_2, \text{clock}$	$\Delta UT1, \text{trop}_1^1, \text{trop}_2^1, \text{clock}^1$
$\Delta UT1, \text{clock}$	0.00	0.00	0.00
$\Delta UT1, \text{trop}_1, \text{trop}_2, \text{clock}$	2.46	0.00	0.00
$\Delta UT1, \text{trop}_1^1, \text{trop}_2^1, \text{clock}^1$	78.90	0.43	0.00

Из данных в таблицах можно сделать следующие выводы:

1) СКО поправки возрастает при замене исходной параметризации на параметризацию с большим числом параметров.

2) СКО для сокращенного набора параметров будет получаться меньше при оптимизации под сокращенный набор по сравнению с оптимизацией под избыточное количество параметров с последующим их сокращением (см. первый столбец таблицы).

## Заключение

В данной работе рассмотрена задача планирования часовых сессий для РСДБ-наблюдений. Проанализированы алгоритмы, используемые для решения задачи планирования в программном пакете «Sked», предложены возможные изменения алгоритма минимизации ковариационной матрицы, а также два новых алгоритма. На модельных данных при некоторых описанных в статье упрощениях показано, что генетический алгоритм и алгоритм замены



источника работают оптимальнее алгоритма минимизации ковариационной матрицы, то есть позволяют получить меньшее значение минимизируемой функции. Также в статье отмечена важность решения задачи планирования в той же параметризации, что и последующая обработка наблюдений. Получены следующие результаты:

1. Показано, что использование алгоритма МКМ позволяет улучшить оценки параметров в 2.9 раза по сравнению со случайным равномерным выбором радиоисточников.

2. Применение предлагаемых усовершенствований алгоритма МКМ позволяет улучшить результат на 9 % как для алгоритма замены источников, так и для генетического алгоритма.

3. Показано, что изменение набора определяемых параметров при обработке наблюдений может приводить к существенному ухудшению оценок по сравнению с запланированным.

## Л и т е р а т у р а

1. *Ипатов А. В., Смоленцев С. Г., Гаязов И. С., Курдубов С. Л., Скурихина Е. А., Суркис И. Ф., Зимовский В. Ф., Иванов Д. В., Мардышкин В. В., Михайлов А. Г., Мельников А. Е., Сальников А. И., Федотов Л. В., Безруков И. А., Яковлев В. А.* Ежедневные оперативные определения Всемирного времени по наблюдениям РСДБ-комплекса Квазар-КВО // Труды ИПА РАН. — СПб: ИПА РАН, 2013. — Вып. 27. — С. 237–242.

2. *Финкельштейн А. М., Ипатов А. В., Скурихина Е. А., Суркис И. Ф., Смоленцев С. Г., Федотов Л. В.* Геодинамические наблюдения на РСДБ-сети «Квазар-КВО» в 2009–2011 гг. // Письма в Астрон. журн. — 2012. — Т. 38, № 6. — С. 446–451.

3. *Губанов В. С.* Обобщенный метод наименьших квадратов. Теория и применение в астрометрии. — СПб.: Наука, 1997. — 318 с.

4. *Gipson J.* An Introduction to Sked / IVS 2010 General Meeting Proceedings “VLBI2010: From Vision to Reality”, February 7–13, 2010, Proceedings / ed. by Dirk Behrend and Karen D. Baver — NASA/CP-2010-215864, 2010. — P. 77–84.

5. *Vandenberg N. R.* NVI Inc. Sked: Interactive/Automatic scheduling program. Program reference manual. — NASA/Goddard Space Flight Center, Space Geodesy Program, 1999. — 167 p.

6. *Shu F., Petrov L., Jiang W., Xia B., Chen Zh., Hao L., Liu X., Takefuji K., McCallum J., Lovell J., Yi S.-O., Li J.* The VLBI ecliptic plane survey VEPS-1 // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2017. — Vol. 230, no. 13. — P. 1–10.



# VLBI Intensive Sessions Scheduling Optimization to Determine the Universal Time Correction

Kudelkin A. A., Kurdubov S. L.

VLBI intensive measurements provide significant contribution to the Universal Time correction ( $\Delta UT1$ ) computation. Since the variation of this parameter is pretty rapid and the parameter is very important for the accuracy of Global Navigation Satellite Systems observations, it is necessary to provide regular and accurate computations of the Universal Time correction  $\Delta UT1$ .

Used the algorithms of VLBI sessions scheduling, such as covariance matrix optimization and sky covering are described in the present paper. Some improvements (namely the genetic algorithm and the source replacement) of the covariance matrix optimization algorithm are proposed for the intensive sessions case. Simulation of the VLBI intensive sessions for the Universal Time correction ( $\Delta UT1$ ) computation was carried out and the standard deviation of  $\Delta UT1$  estimation was computed for each algorithm in case of the Quasar VLBI Network.

**Keywords:** VLBI intensive session scheduling, Universal Time correction.