

Прогнозирование квазипериодических процессов в формировании шкалы времени космического аппарата

© А. В. Сальцберг, Е. А. Рощина

АО «НПО «Обуховский завод», г. Санкт-Петербург, Россия

Реферат

Целью работы является исследование подходов к прогнозированию периодической составляющей ухода шкалы времени, обусловленной влиянием релятивистско-гравитационных эффектов на бортовой стандарт частоты, при расчете частотно-временных поправок в бортовом вычислительном комплексе. Прогнозирование подобных квазипериодических процессов требует комбинации аналитических методов и численного моделирования. Хотя долгосрочные предсказания ограничены из-за несоизмеримости частот, корректное определение математической модели и выбор наиболее эффективного метода прогнозирования позволяют получить достаточно низкую погрешность на краткосрочных и среднесрочных интервалах. При этом необходимо нахождение баланса между сложностью модели и ее интерпретируемостью.

В статье проведено сравнение различных алгоритмов прогнозирования квазипериодических процессов, основанных на методе наименьших квадратов, фильтре Калмана и модели авторегрессионного интегрированного скользящего среднего. Рассмотрен вопрос выбора необходимого количества учитываемых частот в зависимости от требований к погрешности прогнозирования, а также выполнен поиск оптимальных соотношений длительностей интервалов наблюдения и прогнозирования для случаев непрерывных исходных данных и прореженных в соответствии с зонами радиовидимости измерительных средств.

Показано, что использование в модели метода наименьших квадратов с тригонометрической составляющей позволяет строить прогноз вклада влияния релятивистско-гравитационных эффектов в уход бортовой шкалы времени с погрешностью менее 200 пс на интервалах времени до 30 суток как в случае наличия непрерывных рядов измерений положений и скоростей КА на интервалах наблюдения 1–5 суток, так и в случае наличия разрывов в наблюдениях, обусловленных зонами радиовидимости измерительных средств. Простота алгоритма прогнозирования квазипериодических процессов с использованием данного метода и модели с тригонометрическими составляющими делает доступной его реализацию в бортовом вычислительном комплексе КА для расчета частотно-временных поправок.

Ключевые слова: ГНСС, частотно-временное обеспечение, бортовые стандарты частоты, бортовые шкалы времени, релятивистско-гравитационные эффекты, квазипериодические процессы, прогнозирование временных рядов.

Контакты для связи: Сальцберг Александра Валерьевна (a.saltsberg@goz.ru).

Для цитирования: Сальцберг А. В., Рощина Е. А. Прогнозирование квазипериодических процессов в формировании шкалы времени космического аппарата // Труды ИПА РАН. 2026. Вып. 76. С. 8–16.

<https://doi.org/10.32876/ApplAstron.76.8-16>

Prediction of a Quasi-Periodic Processes in the Formation of Satellite Time Scale

A. V. Saltsberg, E. A. Roshchina

JSC “SPA “Obukhov Plant”, Saint Petersburg, Russia

Abstract

The aim of this work is to investigate approaches for predicting the periodic component of satellite clock time offset caused by relativistic-gravitational effects on the onboard frequency standard when calculating frequency-time corrections in the onboard computing system. Predicting such quasi-periodic processes requires a combination of analytical methods and numerical modeling. Although long-term predictions are limited due to the incommensurability of frequencies, accurately defining the mathematical model and selecting the most effective forecasting methods can achieve sufficiently low errors over short- and medium-term intervals. It is equally important to strike a balance between model complexity with interpretability.

The article compares various algorithms for predicting quasi-periodic processes based on the least squares method, the Kalman filter, and the Seasonal AutoRegressive Integrated Moving Average (SARIMA) model. The study examines the number of frequencies that need to be accounted for, depending on required prediction accuracy, and explores optimal ratios between observation and prediction intervals for both continuous initial data and data sampled according to the radio visibility zones of measuring instruments.

It is shown that using the least squares method with a trigonometric component in the model allows us to predict the contribution of relativistic-gravitational effects to the satellite clock time offset with an error of less than 200 ps over intervals of up to 30 days. This result holds for both continuous measurement series of satellite position and velocity (with observation intervals of 1–5 days), as well as data containing gaps due to radio visibility constraints. The simplicity of the prediction algorithm for quasi-periodic processes using this method and trigonometric modeling makes it feasible for implementation in satellite onboard computing systems for accurate frequency-time correction calculations.

Keywords: GNSS, time-frequency support, onboard frequency standard, satellite time scales, relativistic-gravitational effects, quasi-periodic processes, time series prediction.

Contacts: Alexandra V. Saltsberg (a.saltsberg@goz.ru).

For citation: Saltsberg A. V., Roshchina E. A. Prediction of a quasi-periodic processes in the formation of satellite time scale // Transactions of IAA RAS. 2026. Vol. 76. P. 8–16.

<https://doi.org/10.32876/AplAstron.76.8-16>

Введение

Квазипериодические процессы представляют собой класс детерминированных процессов с несколькими несоизмеримыми частотами, которые не повторяются точно, но могут быть представлены как суперпозиция периодических компонент. Такие процессы широко распространены в природе и технике. Однако из-за нестрогой повторяемости в их случае плохо работают традиционные методы анализа временных рядов, например Фурье-преобразования.

При описании формирования шкалы времени (ШВ) космического аппарата (КА) необходимо учитывать влияние релятивистско-гравитационных эффектов на бортовой стандарт частоты, которое представляет собой квазипериодический процесс в силу влияния гравитационного потенциала Земли, лунно-солнечных приливов, планет Солнечной системы и эволюции параметров орбиты КА.

Теоретический вывод общих расчетных соотношений для учета релятивистско-гравитационных эффектов (РГЭ) для разных типов орбит, включая порядок перехода между шкалами времени, используемыми системами координат и т. д., подробно описан в [\(IERS Conventions, 2010\)](#). Однако для расчета частотно-временных поправок к ШВ КА в бортовом вычислительном комплексе требуются более простые алгоритмы и подходы.

Прогнозирование квазипериодических процессов требует комбинации аналитических методов, численного моделирования и в некоторых случаях машинного обучения. Хотя долгосрочные предсказания ограничены из-за несоизмеримости частот, корректное определение математической модели и выбор наиболее эффективного метода прогнозирования позволяют получить достаточно низкую погрешность на краткосрочных и среднесрочных интервалах. При этом необходимо нахождение баланса между сложностью модели и ее интерпретируемостью.

Целью данной работы является анализ применимости различных методов к задаче прогнозирования периодической составляющей ухода бортовой ШВ КА, обусловленной влиянием РГЭ, в бортовом вычислительном комплексе.

Постановка задачи

Релятивистское расхождение бортовой ШВ относительно опорной можно представить в виде суммы линейно изменяющегося релятивистского смещения, компенсируемого путем введения сдвига частоты, и переменной составляющей, также называемой эллиптической или периодической [\(Фатеев, Рыбаков, 2017\)](#). Переменная часть релятивистского ухода бортовой ШВ $\Delta\tau_p$ определяется эксцентриситетом орбиты и может быть рассчитана на основе координат и скоростей КА в абсолютной системе координат в соответствии с выражением [\(Фатеев, 2023\)](#):

$$\Delta\tau_p^{\text{эл}} = -\frac{2}{c^2}(XV_x + YV_y + ZV_z), \quad (1)$$

где c — скорость света, X, Y, Z и V_x, V_y, V_z — компоненты радиус-вектора КА на орбите и его скорости соответственно в абсолютной системе координат.

Общий вид искомой аппроксимирующей функции $\Delta\tau_p^{\text{эл}*}(t)$ имеет вид:

$$\Delta\tau_p^{\text{эл}*}(t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \alpha_i t^i + \sum_{j=1}^n A_j \sin(\omega_j t + \varphi_j), \quad (2)$$

где $\alpha_0 \dots \alpha_k$ — коэффициенты полинома степени k , $A_1 \dots A_n, \omega_1 \dots \omega_n, \varphi_1 \dots \varphi_n$ — амплитуды, угловые частоты и начальные фазы для каждой из n гармоник, t — момент времени.

В бортовых ШВ некоторых КА наблюдаются периодические компоненты [\(Senior et al., 2008\)](#), обусловленные влиянием внешних факторов на квантовые стандарты частоты. Эти эффекты следует учитывать при построении модели прогнозирования ухода ШВ конкретного стандарта частоты [\(Neo et al., 2010\)](#). Идентифицировать и корректно исследовать такие процессы можно только после отделения из измерений релятивистской составляющей, для которой известно аналитическое описание, общее для всех бортовых стандартов частоты ГНСС.

В открытых источниках имеются отдельные публикации, посвященные прогнозированию квазипериодических компонент при формировании ШВ [\(Тиссен и др., 2024\)](#), однако предложенные в них подходы и выводы не могут быть признаны

корректными в силу отсутствия достаточного статистического обоснования результатов и их невоспроизводимости. Также существует ряд работ, посвященных аппроксимации и прогнозированию таких эффектов в других процессах, например (Kanjiyal, Palit, 1994; Zhang et al., 2023; Усманова и др., 2020) и др. Из их анализа можно сделать вывод, что в зависимости от особенностей рассматриваемого объекта в разных случаях преимущество демонстрируют различные методы и подходы.

Для выбора алгоритма прогнозирования, обеспечивающего высокую точность предсказания релятивистской составляющей расхождения бортовой ШВ, необходимо выполнить сравнение различных алгоритмов прогнозирования квазипериодических процессов, провести поиск оптимальных соотношений длительностей интервалов наблюдения и прогнозирования для случаев непрерывных исходных данных и с разрывами, обусловленными распределением зон радиовидимости (ЗРВ) измерительных средств, а также рассмотреть вопрос выбора необходимого количества учитываемых частот.

В качестве исходных данных для моделирования использовались эфемериды КА ГЛОНАСС, публикуемые в составе финальных апостериорных данных ИАЦ КВНО (ИАЦ КВНО) в формате sp3 с 15-минутным временным разрешением на ин-

тервале 01.01.2022–31.12.2023 гг. Скорости рассчитаны по двум соседним положениям методом Гаусса (Гаусс, 1861). При этом проведенное сравнение значений вклада РГЭ в уход бортовой ШВ КА, рассчитанных по апостериорным данным и передаваемым в составе навигационного сообщения ГЛОНАСС, показало (рис. 1), что использование последних вносит погрешность порядка 60 пс, поэтому передаваемые навигационными КА данные также могут быть использованы для прогнозирования периодической составляющей РГЭ.

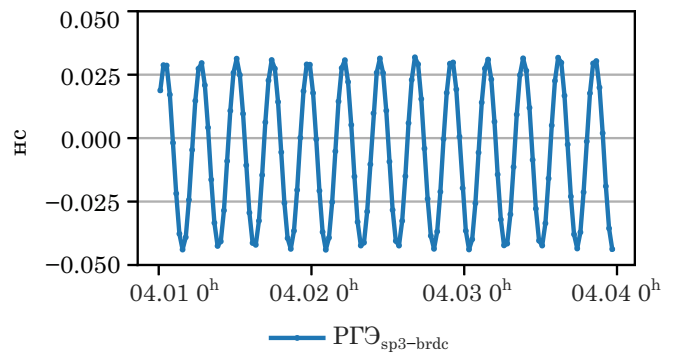


Рис. 1. Разность эллиптических составляющих релятивистского смещения бортовой ШВ КА 11 ГЛОНАСС, рассчитанных по апостериорным данным, и информации, передаваемой в составе навигационного сообщения

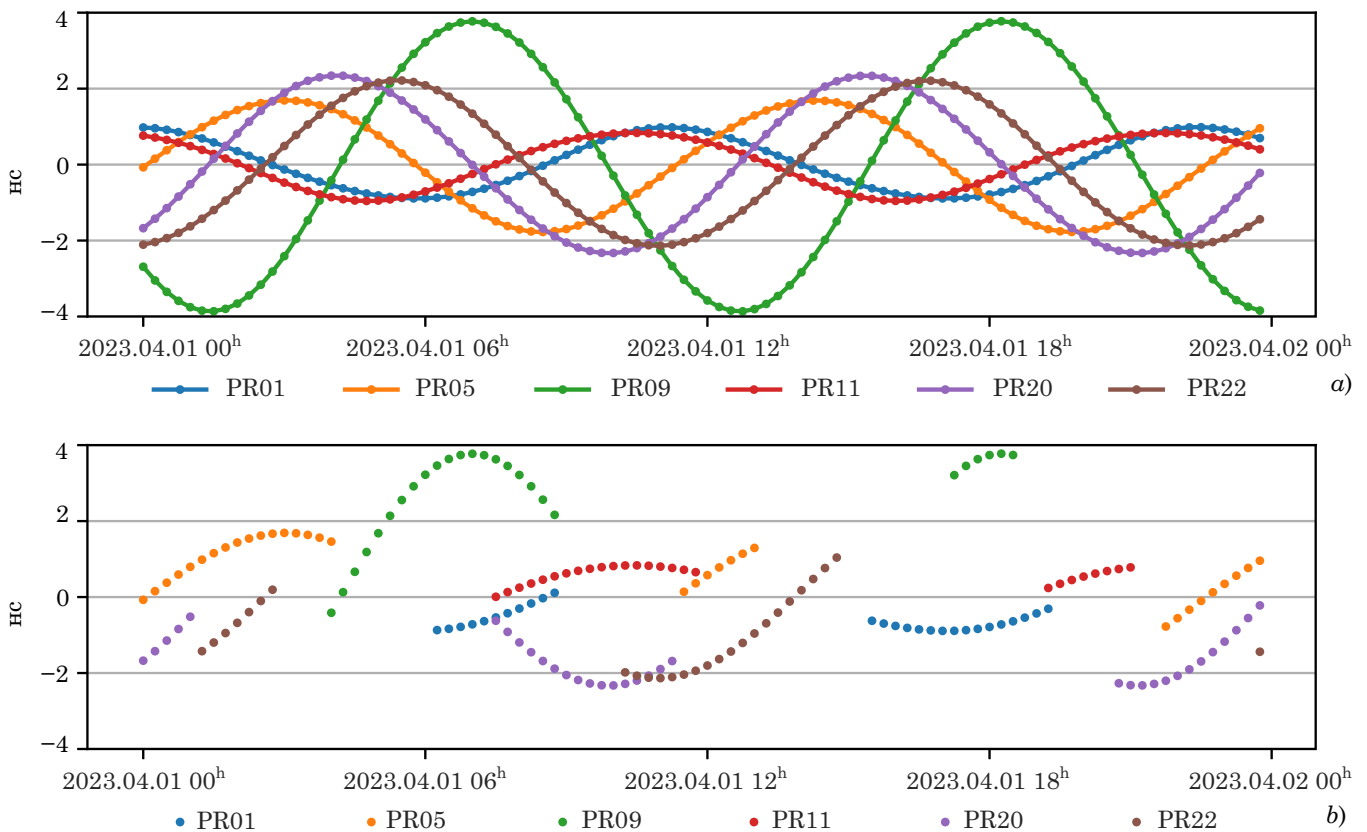


Рис. 2. Эллиптические составляющие вклада РГЭ в уход бортовых ШВ КА, рассчитанные по а) непрерывным данным, б) данным с разрывами, обусловленными распределением ЗРВ измерительных средств

При решении задачи прогнозирования ухода бортовой ШВ КА необходимо учитывать, что исходные данные для прогнозирования могут иметь значительные разрывы вследствие влияния ЗРВ измерительных средств. На рис. 2а представлены значения эллиптической составляющей вклада РГЭ в уход бортовой ШВ, рассчитанные для шести КА ГЛОНАСС в соответствии с выражением (1) с использованием непрерывных измерений радиус-векторов и скоростей КА, а на рис. 2б – по данным с разрывами, обусловленными распределением ЗРВ.

Сравнение методов прогнозирования

Выбор метода прогнозирования зависит от стабильности данных, уровней собственных и измерительных шумов, доступного объема информации, требуемой точности, а также сложности реализации и настройки входных параметров алгоритма.

С целью выбора наиболее эффективного метода в применении к задаче прогнозирования квазипериодического процесса влияния РГЭ на формирование бортовой ШВ КА были рассмотрены метод наименьших квадратов (МНК), фильтр Калмана (ФК) и авторегрессионное интегрированное скользящее среднее с расширенной моделью (ARIMA). Для расчета погрешности прогнозирования использовались разности прогнозных и действительных (из финальных 15-минутных апостериорных данных ИАЦ КВНО) значений на интервале прогнозирования (96 точек на каждые сутки прогноза). Полученные оценки среднеквадратического отклонения (СКО) разности измерений и прогнозных значений (σ) эллиптической составляющей вклада РГЭ в уход ШВ КА ГЛОНАСС при использовании данных методов для измерений,

прореженных в соответствии с ЗРВ, при интервале наблюдения 5 суток и интервалах прогнозирования 5 суток и 15 суток представлены на рис. 3а и рис. 3б соответственно. Установлено, что при прогнозировании эллиптической составляющей релятивистского смещения бортовой ШВ МНК обеспечивает более высокую точность прогноза по сравнению с другими методами и даже превосходит по эффективности ФК, хотя последний хорошо зарекомендовал себя при прогнозировании ухода ШВ, обусловленного собственными стохастическим шумовыми процессами квантового стандарта частоты (Сальцберг, Шупен, 2020). Кроме того, для инициализации алгоритма прогнозирования с МНК не требуется априорного задания большого числа параметров (помимо периодов основных гармоник) в отличие от ФК и ARIMA, что значительно упрощает практическую реализацию.

Выбор длительностей интервалов наблюдения и прогнозирования

При определении оптимальных с точки зрения минимизации погрешности интервалов наблюдения и прогнозирования необходимо учитывать длины основных наблюдаемых периодов, стабильность процесса, частоту данных, особенности инициализации выбранного метода прогнозирования. При слишком коротком интервале наблюдения в модель могут войти незначимые шумовые процессы, обусловленные характеристиками измерительных средств, а при слишком длинном — нивелировать эволюцию процесса за счет внешних факторов. Поэтому для каждого конкретного случая необходимо анализировать характеристики процесса и выбирать оптимальное соотношение с использованием кросс-валидации.

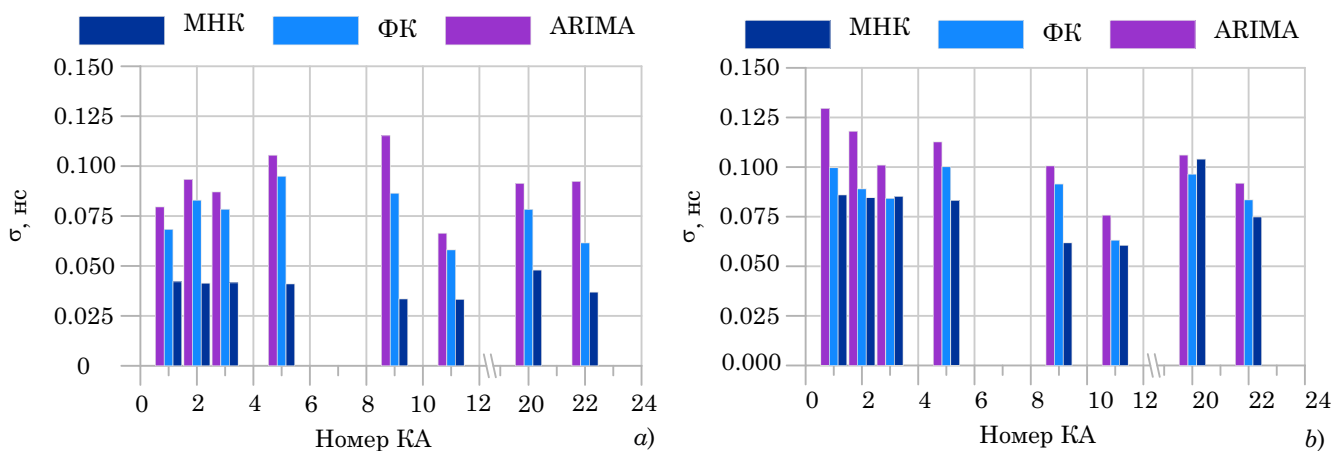


Рис. 3. СКО разности фактических и прогнозных значений (σ) эллиптической составляющей вклада РГЭ в уход ШВ КА ГЛОНАСС для разных методов при интервале наблюдения 5 суток и интервалах прогнозирования а) 5 суток и б) 15 суток

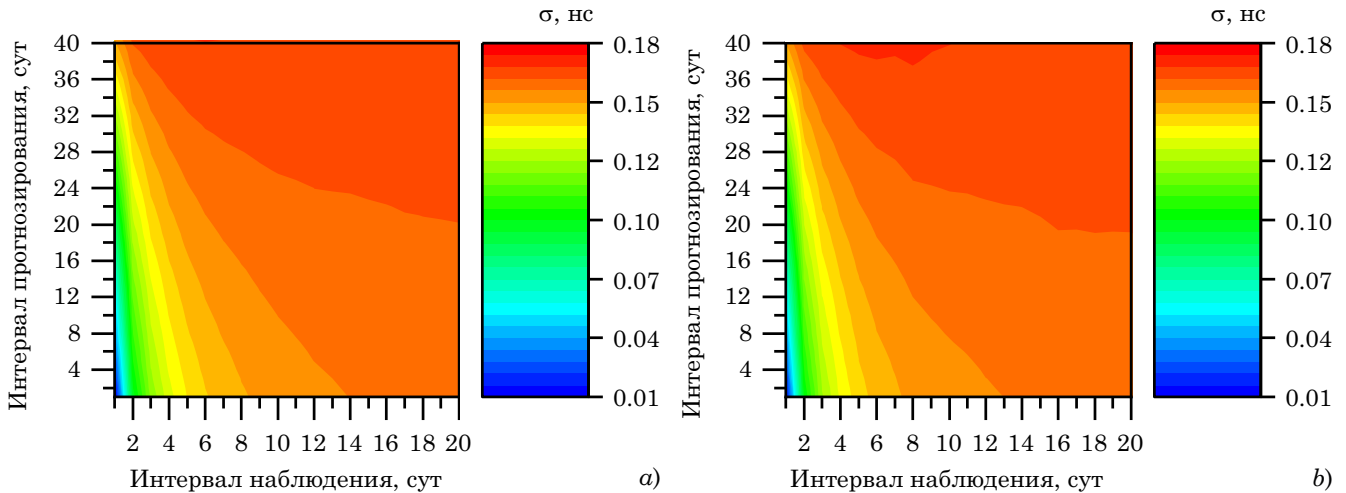


Рис. 4. СКО разности фактических и прогнозных значений (а) эллиптической составляющей вклада РГЭ в уход ШВ КА 20 ГЛОНАСС при разных длительностях интервалов наблюдения прогнозирования для случаев а) непрерывных исходных данных и б) с разрывами, обусловленными распределением ЗРВ

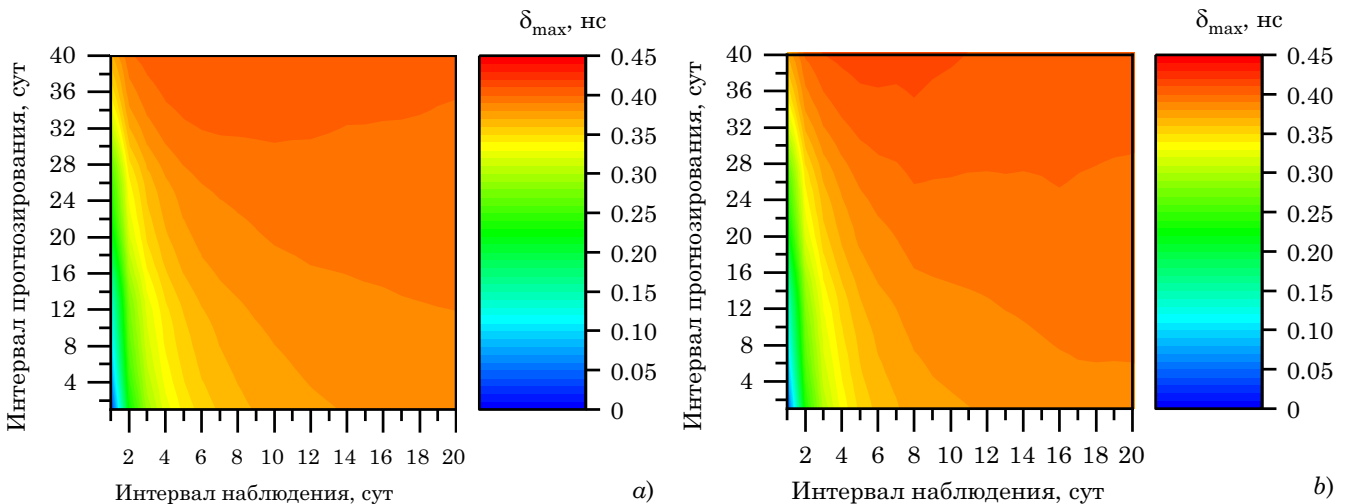


Рис. 5. Максимальные значения погрешности прогнозирования ($\delta_{\max}$) эллиптической составляющей вклада РГЭ в уход ШВ КА 20 ГЛОНАСС при разных длительностях интервалов наблюдения прогнозирования для случаев а) непрерывных исходных данных и б) с разрывами, обусловленными распределением ЗРВ

Для выбора длительностей интервалов наблюдения и прогнозирования было выполнено оценивание погрешности прогнозных значений периодической составляющей ухода ШВ КА относительно действительных с использованием скользящего окна, сдвигающегося на 5 суток относительно предыдущего, внутри рассматриваемого двухгодичного интервала. Для всех КА результаты качественно совпадают, поэтому для наглядности на рис. 4 представлены оценки СКО разности фактических и прогнозных значений, а на рис. 5 максимальные значения погрешности прогнозирования для КА 20 ГЛОНАСС. Как в случае непрерывных данных, так и с разрывами, обусловленными влиянием ЗРВ измерительных средств, практически для всех рассмотренных интервалов прогнозирования наименьшую погрешность обеспечивает использование интервалов наблюдения 1–5 суток. Однако если исходные данные содержат

разрывы, то следует использовать не менее 2 суток измерений для определения параметров аппроксимирующей функции (2).

Определение необходимого количества учитываемых в модели частот

Важным вопросом при определении стратегии прогнозирования периодической составляющей вклада РГЭ в уход бортовой ШВ является определение количества учитываемых в модели гармоник, а также их периодов. Для рассматриваемого в данной работе процесса основная гармоника связана с периодом обращения КА. Влияния гравитационного потенциала Земли, лунно-солнечных приливов, планет Солнечной системы и эволюции параметров орбиты КА на периодическую составляющую вклада РГЭ в уход ШВ КА характеризуются более длительными периодами, поэтому включение соответствующих гармоник в мо-

дель при построении кратко- и среднесрочного прогнозов может привести к переобучению модели. В связи с этим целесообразно ограничиться главной частотой, определяемой через период обращения КА, а также некоторым количеством кратных частот. Кроме того, необходимо помнить, что применение, к примеру, Фурье-анализа к нестационарному периодическому процессу может привести к ложным результатам, не соответствующим природе рассматриваемых процессов. Зачастую наиболее надежные результаты получаются при использовании эмпирических подходов к построению модели.

На рис. 6 представлены оценки СКО погрешности прогнозирования эллиптической составляющей вклада РГЭ в формирование бортовой ШВ КА для разного количества учитываемых гармоник и интервалов наблюдения 1, 2 и 5 суток на примере КА 11 (рис. 6а) и КА 20 (рис. 6б) ГЛОНАСС. Исходные данные имели разрывы, соответствующие ЗРВ измерительных средств. Для всех КА ГЛОНАСС введение в модель, описываемую выражением (2), трех гармоник и более либо не снижает (например, для КА 1), либо увеличивает погрешность прогнозирования. Во всех случаях лучший результат получается при использовании модели с двумя гармониками.

Метод наименьших квадратов для модели с тригонометрической составляющей

На основе проведенного анализа далее будем рассматривать следующее упрощение модели (2)

периодической составляющей влияния РГЭ на уход ШВ КА:

$$\Delta\tau_p^{\text{эл}*}(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2). \quad (3)$$

Модель, определяемую формулой (3), также можно представить в следующем виде:

$$\Delta\tau_p^{\text{эл}*}(t) = F_1 + F_2 t + F_3 \sin(\omega t) + F_4 \cos(\omega t) + F_5 \sin(2\omega t) + F_6 \cos(2\omega t), \quad (4)$$

где $F_1 \dots F_6$ — искомые коэффициенты аппроксимирующего выражения.

Вклад отдельных слагаемых модели (4) на примере эллиптической составляющей влияния РГЭ в уход бортовой ШВ КА 20 ГЛОНАСС представлен на рис. 7.

Входными данными алгоритма прогнозирования периодической составляющей вклада РГЭ в уход бортовой ШВ с использованием МНК являются:

- вектор значений моментов времени в секундах от начала наблюдений t ,
- вектор значений функции (значение периодической составляющей ухода БШВ КА, обусловленной влиянием РГЭ) на интервале наблюдения u ,
- период обращения КА T .

Для определения периода обращения КА может быть использована информация из альманаха, результаты расчетов по прохождением восходящих и нисходящих узлов или номинальное значение 40544 с.

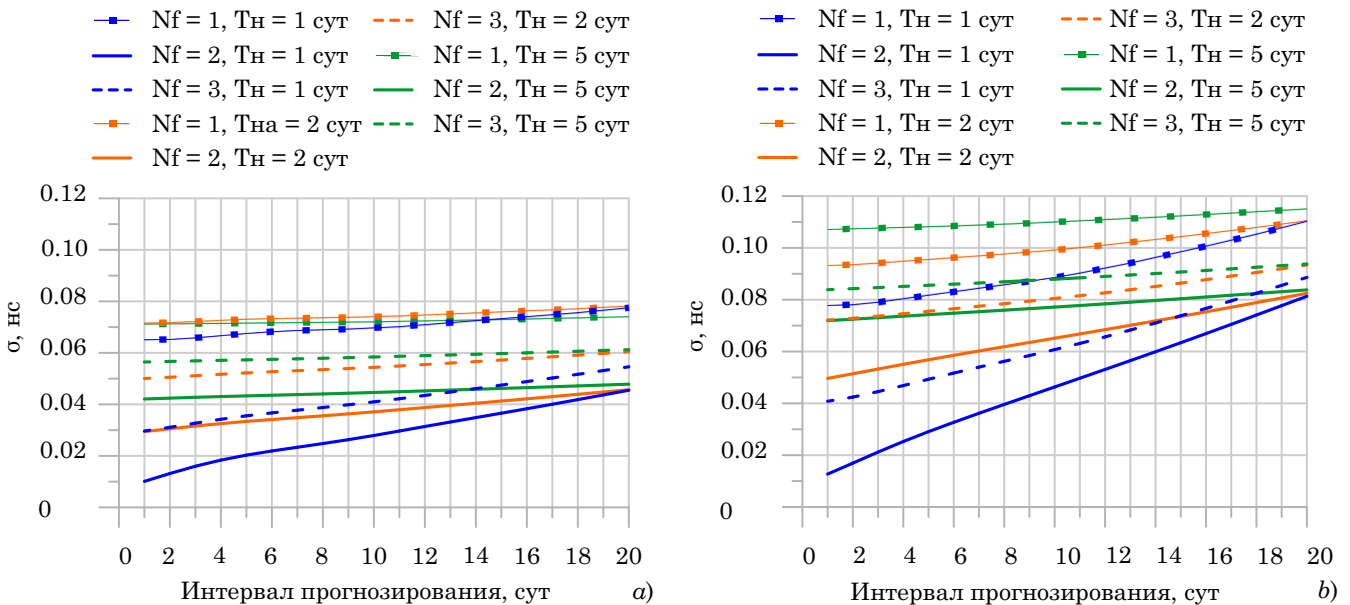


Рис. 6. СКО разностей фактических и прогнозных значений (а) эллиптической составляющей вклада РГЭ в уход ШВ при разном количестве учитываемых гармоник (N_f) и различных интервалах наблюдения (T_n) для а) КА 11 ГЛОНАСС и б) КА 20 ГЛОНАСС

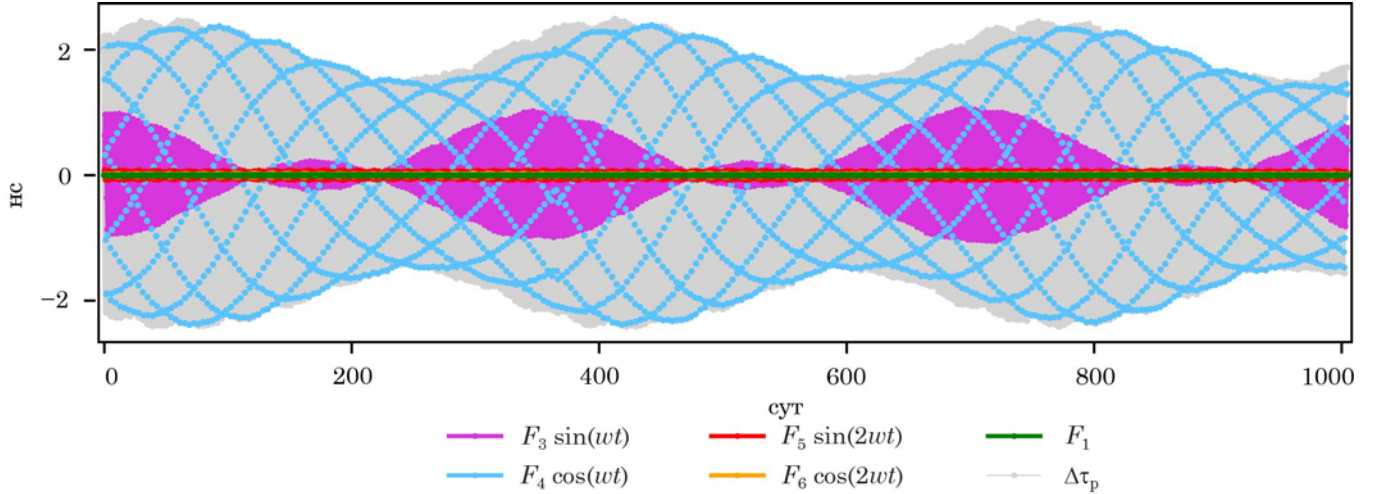


Рис. 7. Вклад отдельных слагаемых модели учета периодической составляющей влияния РГЭ в процесс формирования ШВ КА 20 ГЛОНАСС

Выходные данные алгоритма:

- коэффициенты полинома α ;
- набор амплитуд A ;
- набор фаз φ .

Алгоритм оценки коэффициентов аппроксимирующего выражения включает следующие этапы:

1. Определение опорной круговой частоты $\omega = \frac{2\pi}{T}$.
2. Расчет вектора значений аргумента тригонометрической составляющей $x = \omega t$.
3. Составление матрицы плана:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & \cos(x_1) & \sin(x_1) & \cos(2x_1) & \sin(2x_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_n & \cos(x_n) & \sin(x_n) & \cos(2x_n) & \sin(2x_n) \end{bmatrix},$$

где n — количество измерений на интервале наблюдения.

4. Вычисление матрицы нормальных уравнений $G = H^T H$.
5. Расчет столбца свободных членов $b = H^T y$.
6. Вычисление вектора искомых коэффициентов аппроксимирующего выражения $F = G^{-1} b$.
7. Определение коэффициентов полиномиальной составляющей модели $\alpha_0 = F_1$, $\alpha_1 = F_2$.
8. Определение амплитуд тригонометрической составляющей модели:

$$A_1 = \sqrt{F_3^2 + F_4^2}, A_2 = \sqrt{F_5^2 + F_6^2}.$$

$$\varphi_1 = s(F_3) \cdot \arccos\left(\frac{F_4}{A_1}\right), \varphi_2 = s(F_5) \cdot \arccos\left(\frac{F_6}{A_2}\right),$$

где $s(F_i) = \begin{cases} -1, & \text{если } F_i < 0 \\ 1, & \text{если } F_i \geq 0 \end{cases}, i = 3, 5.$

Исследование эволюции параметров модели

На рис. 8 представлены распределения разностей фактических и прогнозных значений периодической составляющей вклада РГЭ для бортовых

ШВ шести КА ГЛОНАСС при интервалах наблюдения и прогнозирования 5 сут, полученные на скользящем 5-суточном окне по 2 годам непрерывных данных. При этом явно заметно наличие периодической составляющей с периодом около 200 сут в распределении погрешностей.

В связи с этим было проведено исследование стабильности модели, описываемой выражением (4), на двухгодичном интервале. Изменения коэффициентов модели (4), рассчитанные на небольших интервалах времени (по 3 оборотам), показаны на рис. 9. Наблюдается наличие несоизмеримых периодов, характерных для каждого из слагаемых, а также присутствие линейного тренда. При долгосрочном прогнозировании необходимо учитывать ход коэффициентов модели со временем.

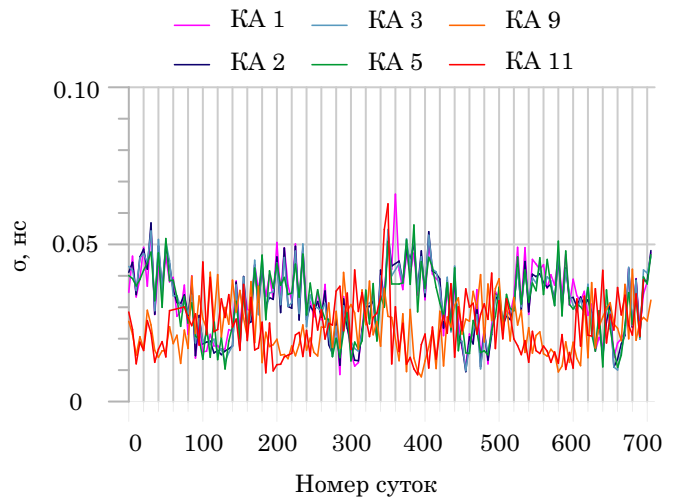


Рис. 8. Распределение разностей фактических и прогнозных значений периодической составляющей вклада РГЭ в уход ШВ КА ГЛОНАСС на скользящем окне

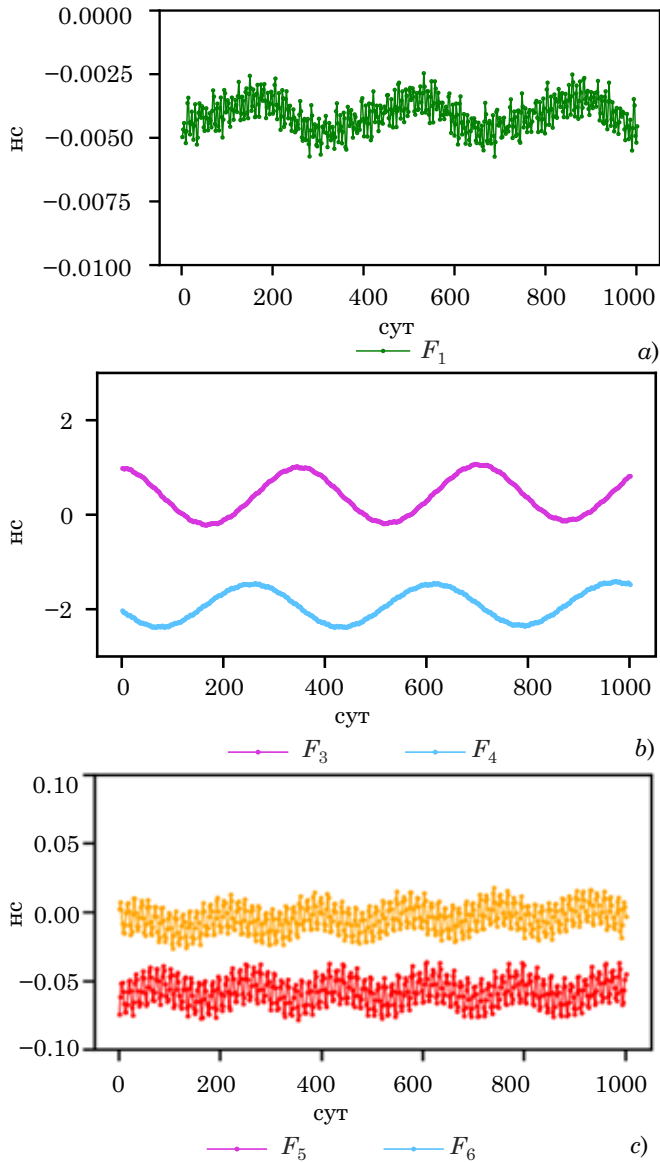


Рис. 9. Изменение коэффициентов модели (4) для ШВ КА 20 ГЛОНАСС а) первое и второе слагаемые, б) третье и четвертое, в) пятое и шестое

Вариации периодов обращения КА также необходимо учитывать при построении долгосрочного прогноза периодической составляющей вклада РГЭ в формирование бортовой ШВ для корректного определения круговых частот основных гармоник.

На рис. 10 представлены изменения драконических периодов, определенных по прохождением восходящих и нисходящих узлов. Как видно из графика, отклонения реальных периодов от номинального значения 40544 с составляет около 0.5 с. При этом выполненный Фурье-анализ для всех приведенных КА показал единое значение главного периода, равное 40538 с.

Для прогнозирования процессов с большим количеством входных параметров хорошо зарекомендовал себя метод градиентного спуска. Однако важно помнить, что для каждого конкретного случая необходимо изучать поведение данных и динамику параметров модели. Не всегда уменьшение

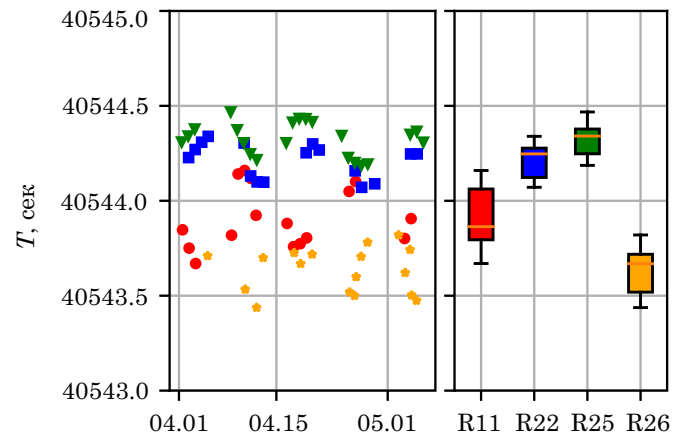


Рис. 10. Драконические периоды обращения КА ГЛОНАСС, вычисленные по прохождением восходящих и нисходящих узлов

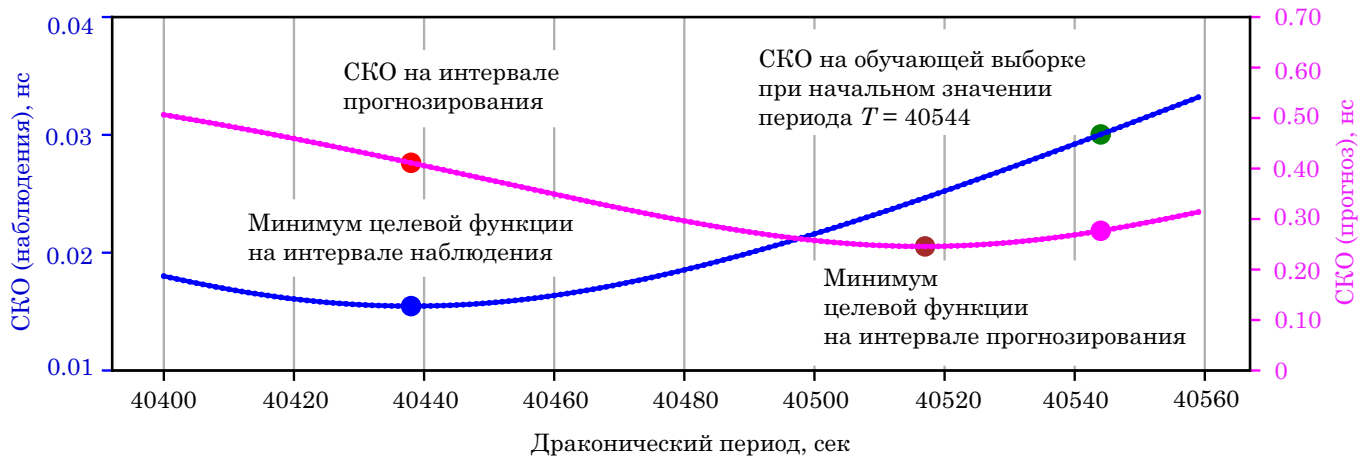


Рис. 11. Минимумы СКО остаточных разностей исходного ряда и аппроксимации на интервалах наблюдения и прогнозирования

целевой функции на обучающей выборке приводит к аналогичному результату на прогнозируемом интервале, поскольку происходит переобучение модели, что показано на рис. 11. Использование периода, при котором достигается минимум целевой функции на интервале наблюдения, приводит к внесению примерно 200 пс в погрешность на интервале прогнозирования.

Заключение

Использование МНК с тригонометрической составляющей в модели позволяет строить прогноз вклада РГЭ в ШВ КА с погрешностью (СКО) менее 200 пс на интервалах времени до 30 суток как в случае наличия непрерывных рядов измерений положений и скоростей КА на интервалах наблюдения 1–5 суток, так и в случае наличия разрывов в наблюдениях, обусловленных зонами радиовидимости измерительных средств. Простота алгоритма прогнозирования квазипериодических процессов с использованием МНК и модели с тригонометрическими составляющими делает доступной его реализацию в бортовом вычислительном комплексе КА для расчета частотно-временных поправок.

Для прогнозирования вклада РГЭ в процесс формирования бортовой ШВ КА на более длительные интервалы необходим учет периодических вариаций эксцентриситета и длительности драконического периода, что требует набора большого объема статистической информации.

Кроме того, следует отметить, что не существует универсального алгоритма прогнозирования временных рядов. В каждом конкретном случае необходимо анализировать характеристики рассматриваемых данных, использовать несколько классов моделей и методов и настраивать их под конкретную задачу, а затем интерпретировать результаты валидации с точки зрения соответствия природе процесса.

Литература

Гаусс К. Ф. Теория движения небесных тел, обращающихся вокруг Солнца по коническим сечениям. М.: Типография Бехмеева, 1861. 316 с.

Информационно-аналитический центр координатно-временного и навигационного обеспечения (ИАЦ КВНО) ФГУП ЦНИИмаш. Прикладной потребительский центр [Электронный ресурс]. URL: <http://www.glonass-iac.ru/> (дата обращения: 15.12.2025).

Сальцберг А. В., Шупен К. Г. Пути улучшения среднесрочного прогноза частотно-временных поправок к бортовым шкалам времени ГНСС // Сб. статей «Радионавигационные технологии». Вып. 9 / Под ред. А. И. Перова. М.: Радиотехника. 2020. С. 83–91.

Тиссен В. М., Балахненко А. Ю., Рачков В. Д. Прогнозирование ухода шкал времени бортовых часов с помощью трехкомпонентной модели // Труды ИПА РАН. 2024. Вып. 69. С. 47–56.

Усманова К. Р., Журавлев Ю. И., Рудаков К. В., Стрижов В. В. Аппроксимация фазовой траектории квазипериодических сигналов методом сферической регрессии // Вычислительная математика и кибернетика. 2020. № 4. С. 40–46.

Фатеев В. Ф., Рыбаков Е. А. Всокоточное определение релятивистских эффектов смещения частоты и времени в системе атомных часов «Земля – спутник» // Труды ИПА РАН. 2017. Вып. 43. С. 14–26.

Фатеев В. Ф. Релятивистские эффекты в спутниковых квантовых часах на эллиптических орбитах глобальных навигационных спутниковых систем // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2023. Т. 10, Вып. 2. С. 1–10.

Heo Y. J., Cho J., Heo M. B. Improving prediction accuracy of GPS satellite clocks with periodic variation behavior // Measurement Science and Technology. 2010. Vol. 21. 6 p.

IERS Conventions 2010 (IERS Technical Note 36) / ed. by G. Petit, B. Luzum. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010. 179 p.

Kanjilal P. P., Palit S. The singular value decomposition – Applied in the modelling and prediction of quasi-periodic processes // Signal Processing. 1994. Vol. 35. P. 257–267.

Senior K. L., Ray J. R., Beard R. L. Characterization of periodic variations in the GPS satellite clocks // GPS Solut. 2008. Vol. 12. P. 211–225.

Zhang Z., Brown P., Stafford J. Efficient modelling of quasi-periodic data with seasonal Gaussian Process // Statistics and Computing. 2023. Vol. 35 (2). 32 p.