

Алгоритм различения и оценки производных функции частоты сигналов высокостабильных задающих генераторов

© В. А. Карелин

АО «Обуховский завод», г. Санкт-Петербург, Россия

Реферат

Поддержание стабильности номинальной частоты сигналов задающих генераторов является неотъемлемой задачей средств синхронизации радиотехнических систем любого назначения. В работе рассмотрено развитие метода стабилизации частоты, предложенное ранее автором. Алгоритм основан на свойстве размножения спектра узкополосного сигнала, подвергнутого временной дискретизации.

Цель работы — обосновать возможность улучшения параметрической стабильности сигналов квантовых стандартов частоты в период их автономной работы без использования опорного сигнала. Показано, что при синхронном аналого-цифровом преобразовании в двух каналах — основной частоты и канале деленной частоты — случайные флуктуации частоты оказываются коррелированными, но с существенно различной интенсивностью. Эти особенности позволяют разработать алгоритм детектирования производных частоты сигналов автоколебательных систем. Высокая точность достигается использованием метода максимального правдоподобия для оценки разности фаз комплексных сигналов в каналах. Возможность достижения конструктивных результатов от применения этого способа иллюстрируется на примере синтеза саморегулирующегося стандарта частоты и времени. Относительно невысокая вычислительная сложность алгоритма позволяет формировать сигнал обратной связи для коррекции частоты сигнала стандарта в реальном масштабе времени. Существование на рынке микросхем большой степени интеграции, в частности интегральных микросхем радиочастотных модулей (AD9874, 1321XD1U), позволяет реализовать предложенный способ без существенного увеличения аппаратных затрат.

Ключевые слова: цифровая обработка сигналов, дискретизация узкополосного радиосигнала, фазовые флуктуации, стандарт частоты и времени, метод максимального правдоподобия, комплексный радиосигнал.

Контакты для связи: Карелин Владимир Александрович (renuxa46@mail.ru).

Для цитирования: Карелин В. А. Алгоритм различения и оценки производных функции частоты сигналов высокостабильных задающих генераторов // Труды ИПА РАН. 2025. Вып. 72. С. 33–36.

<https://doi.org/10.32876/AplAstron.72.33-36>

Algorithm for Distinguishing and Evaluating Derivatives of the Frequency Function of Highly Stable Master Generators Signals

V. A. Karelin

JSC “Obukhov Plant”, Saint Petersburg, Russia

Abstract

Maintaining the stability of the nominal frequency of the master generators signals is an integral task of means of any purpose synchronization of radio engineering systems. The paper considers the development of the frequency stabilization method previously proposed by the author. The algorithm is based on the property of multiplying the spectrum of a narrow-band signal subjected to time sampling.

The purpose of the work is to substantiate the possibility of improving the parametric stability of signals of quantum frequency standards during their autonomous operation without using a reference signal. It is shown that with the synchronous analog-to-digital conversion in the two channels (the fundamental frequency and the divided frequency channel) random frequency fluctuations are correlated, but with significantly different intensity. These features make it possible to develop an algorithm for detecting frequency derivatives of signals of self-oscillating systems. High accuracy is achieved by using the maximum likelihood method to estimate the phase difference of complex signals in channels. The possibility of achieving constructive results from the application of this method is illustrated by the example of the synthesis of a self-regulating frequency and time standard. The relatively low computational complexity of the algorithm makes it possible to generate a feedback signal to correct the frequency of the standard signal in real time. The availability of a large degree of integration of microchips on the market, the integrated circuits of radio frequency modules (AD9874, 1321HD1U), in particular, makes it possible to implement the proposed method without significantly increasing hardware costs.

Keywords: digital signal processing, sampling of narrowband radio signal, phase fluctuations, frequency and time standard, maximum likelihood method, complex radio signal.

Contacts: Vladimir A. Karelin (renyxa46@mail.ru).

For citation: Karelin V. A. Algorithm for distinguishing and evaluating derivatives of the frequency function of highly stable master generators signals // Transactions of IAA RAS. 2025. Vol. 72. P. 33–36.
<https://doi.org/10.32876/AplAstron.72.33-36>

Введение

Существенная зависимость технических и эксплуатационных параметров большинства радиотехнических систем от характеристик стабильности частоты сигналов задающих генераторов побуждает разработчиков к совершенствованию методов построения стандартов частоты и времени. Исследования в этом направлении проводятся в трех основных областях: создание генераторов стабильной частоты на новых физических принципах (Micalizio et al., 2015), совершенствование схемотехнических решений известных методов стабилизации частоты и разработка так называемых «дисциплинированных» стандартов частоты и времени (Карелин В. А., пат. 2730875, 2020). Последнее направление является наиболее перспективным в плане снижения стоимости и вычислительной сложности алгоритмов реализации. В работе (Карелин В. А., пат. 2730875, 2020) предложен вариант построения «дисциплинированного» стандарта частоты, который может компенсировать линейный дрейф частоты и не требует длительных экспериментальных исследований для определения модели параметров дрейфа. При этом математический анализ точности оценки дрейфа проведен без учета влияния отклонения периода сигнала квантования.

В данной работе проведен более строгий синтез метода, учитывающий вклад флуктуаций интервала времени квантования. Показана возможность оценки высших производных функции частоты сигнала задающего генератора.

Синтез алгоритма оценки производных

В отсутствие случайных воздействий движение изображающей точки сигнала автогенератора на фазовой плоскости происходит строго периодически по замкнутой кривой (эллипсу) — предельному циклу. В этом случае для определения координаты (фазы) и скорости (частоты) необходима опорная система отсчета, то есть другой автогенератор. Здесь уместна аналогия с принципом относительности в физике, который утверждает, что инерциальная система координат, движущаяся прямолинейно с постоянной скоростью, может определять свои координаты и скорость только относительно другой системы координат, принятой за неподвижную. Но если постоянство скорости нарушается, то есть появляются отличные от нуля производные функции скорости, система перестает быть инерциальной. В этом случае при наличии элемента, способного оценивать кажущееся ускорение, появляется возможность определять вели-

чину отклонения скорости и координаты от первоначальной траектории равномерного прямолинейного движения. В случае автогенератора случайные толчки приводят к тому, что по истечении большого времени флуктуационные уходы фазы могут быть существенными (колеблясь в среднем около нуля). Вследствие этого в каждом из этих промежутков времени как бы имеет место своя частота, то есть возникают флуктуации частоты, благодаря которым появляется «пьедестал» спектральной линии любого реального генератора. Если иметь инструмент, фиксирующий ускорение фазы, производные функции частоты, появляется возможность оценивать отклонение частоты сигнала от первоначально установленного значения, аналогично системам инерциальной автономной навигации. В качестве такого инструмента предлагается использовать преобразование спектра сигнала при его временной дискретизации. Известно, что спектр сигнала, дискретизированного во времени с частотой f_s , повторяется в частотной области с интервалом f_s . Надлежащим выбором частоты f_s сигнал, спектр которого центрируется вокруг f_0 , может быть преобразован вверх и вниз на бесконечное число частот f_k в соответствии с выражением:

$$f_k = |\mp f_0 \mp k f_s|, \quad (1)$$

где k может принимать любое целое значение.

Можно схематически изобразить преобразование спектра сигнала с центральной частотой f_s , выборки которого берутся с частотой $f_s = 4f_0/9$ (рис. 1) и спектра этого же сигнала после прохождения регенеративного делителя частоты (рис. 2) при взятии его выборок с той же частотой дискретизации. Сравнение изображений показывает, что центральные частоты размноженных спектров узкополосного сигнала совпадают, тогда как ширины их существенно отличаются. Причиной такого различия является неизменность относительной ширины спектра после операции деления частоты.

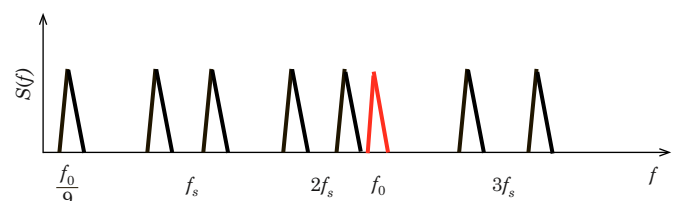


Рис. 1. Схематическое изображение спектра сигнала с центральной частотой f_0 , подвергнутого временной дискретизации с частотой $f_s = 4f_0/9$

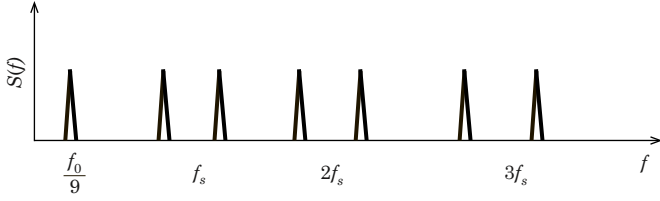


Рис. 2. Схематическое изображение спектра сигнала с центральной частотой $f_0/9$, подвергнутого временной дискретизации с частотой $f_s = 4f_0/9$

Поскольку случайные флуктуации частоты, вызывающие уширение спектра гармонического сигнала, в обоих каналах коррелированы, но обладают разной интенсивностью, появляется возможность оценить производные частотных флуктуаций с помощью текущего сравнения фаз преобразованных сигналов в каналах.

Для пояснения сущности предлагаемого алгоритма и получения формальных выражений сделаем следующие предположения ([Карелин В. А., пат. 2730875, 2020](#)).

1. Задающий генератор формирует на своем выходе гармонический сигнал, модель, которого представляется в виде:

$$u(t) = \begin{cases} A \sin \varphi(t_0) & t = t_0 \\ A \sin \varphi(t) & t > t_0 \end{cases}, \quad (2)$$

где: $\varphi(t_0)$ — значение начальной фазы выходного сигнала, установленное на момент начала его автономной работы t_0 , которое принимается равным 0;

$\varphi(t)$ — неизвестная функция фазы выходного сигнала, которая подлежит анализу с целью формирования управляющего параметра для схемы управления частотой.

2. Кроме сигнала (2) исследуемый генератор формирует два дополнительных сигнала:

— сигнал деленной частоты

$$u_d(t) = A_0 \sin n_d \varphi(t) \quad (3)$$

— и сигнал частоты квантования

$$u_s(t) = A_s \sin n_s \varphi(t), \quad (4)$$

где n_d и n_s соответствующие коэффициенты преобразования — рациональные числа.

Колебания (3) и (4) легко формируются с помощью хорошо разработанной техники синтеза частоты. Сигналы $u(t)$ и $u_d(t)$ синхронно подвергаются квантованию по уровню в соответствующих аналого-цифровых преобразователях (АЦП) с интервалом временной дискретизации t_s , длительность которого задается периодом сигнала (4). Выражения для дискретных сигналов получаются путем замены в (2) и (3) непрерывного времени t на $t_k = k \cdot t_s$, где $k = 1, 2, 3, \dots$ — текущий номер интервала дискретизации. То есть имеем:

$$u(t_k) = A \sin \varphi(t_k), \quad (5)$$

$$u_d(t_k) = A_0 \sin n_d \varphi(t_k). \quad (6)$$

Функция фазы $\varphi(t_k)$ допускает на конечном интервале наблюдения представление в виде ряда Маклорена:

$$\varphi(t_k) = \varphi(0) + t_k \dot{\varphi}(0) + \frac{t_k^2}{2} \ddot{\varphi}(0) + \dots + \frac{(-t_k)^r}{r!} \hat{\varphi}(0). \quad (7)$$

При линейном дрейфе частоты можно ограничиться членом со второй производной и принять $\varphi(0) = 0$:

$$\varphi(t_k) = t_k \dot{\varphi}(0) + \frac{t_k^2}{2} \ddot{\varphi}(0). \quad (8)$$

Пусть импульсы сигнала квантования формируются в моменты перехода сигнала (4) через нулевой уровень с положительной производной. Тогда моменты t_k выборок в АЦП соответствующих каналов определить из уравнения

$$n_s \varphi(t_k) = n_s(t_k \dot{\varphi}(0) + \frac{t_k^2}{2} \ddot{\varphi}(0)) = 2\pi k.$$

Следовательно, для определения t_k имеем:

$$t_k = \frac{2\pi k}{n_s(\dot{\varphi}(0) + \delta)}, \quad (9)$$

где $\delta = \frac{t_k}{2} \cdot \ddot{\varphi}(0)$. Из (8) имеем:

$$\frac{dt_k}{d\delta} = -\frac{2\pi k}{n_s(\dot{\varphi}(0) + \delta)^2}. \quad (10)$$

Переходя к конечным приращениям, получим:

$$\Delta t_k = -\frac{2\pi k \cdot \Delta \delta}{n_s(\dot{\varphi}(0) + \delta)^2}, \quad (11)$$

где $\Delta \delta$ — приращение величины δ за интервал времени дискретизации, то есть

$$\Delta \delta = \frac{t_k + 2\pi/\dot{\varphi}(0)}{2} \ddot{\varphi}(0) - \frac{t_k}{2} \cdot \ddot{\varphi}(0) = \frac{\pi \ddot{\varphi}(0)}{\dot{\varphi}(0)}.$$

С учетом этого можно записать выражение для отклонения интервала времени квантования из-за дрейфа частоты сигнала:

$$\Delta t_k = -\frac{2\pi^2 k \cdot \ddot{\varphi}(0)}{n_s(\dot{\varphi}(0))^3}.$$

Таким образом, получим:

$$t_k = 2\pi k / n_s \dot{\varphi}(0) - \frac{2\pi^2 k \cdot \ddot{\varphi}(0)}{n_s(\dot{\varphi}(0))^3} = \frac{2\pi k}{n_s \dot{\varphi}(0)} \varepsilon, \quad (12)$$

где $\varepsilon = \left(1 - \frac{\pi \ddot{\varphi}(0)}{\dot{\varphi}^2(0)}\right)$.

Учитывая (8), можно получить выражения фаз сигналов в основном канале и канале деленной частоты:

$$\varphi(t_k) = \frac{2\pi k}{n_s} \varepsilon + \left(\frac{2\pi k}{n_s \dot{\varphi}(0)} \varepsilon\right)^2 \ddot{\varphi}(0), \quad (13)$$

$$\varphi_d(t_k) = n_d \frac{2\pi k}{n_s} \varepsilon + n_d \left(\frac{2\pi k}{n_s \dot{\varphi}(0)} \varepsilon\right)^2 \ddot{\varphi}(0). \quad (14)$$

Пусть $n_s = \frac{4i}{2j+1}$, $n_d = \frac{1}{2j+1}$, где j и i — целые натуральные числа. С учетом сказанного выражения (13) и (14) преобразуются к виду:

$$\varphi(t_k) = \frac{\pi j k}{i} \left(1 - \frac{\pi \ddot{\varphi}(0)}{\dot{\varphi}^2(0)}\right) + \frac{\pi k}{2i} \varepsilon + \frac{(2j+1)^2}{4i^2} \left(\frac{\pi k}{\dot{\varphi}(0)} \varepsilon\right)^2 \ddot{\varphi}(0), \quad (15)$$

$$\varphi_d(t_k) = \frac{\pi k}{2i} \varepsilon + \frac{2j+1}{4i^2} \left(\frac{\pi k}{\dot{\varphi}(0)} \varepsilon\right)^2 \ddot{\varphi}(0). \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) показывают, что при четном значении отношения j/i накапливающаяся разность фаз сигналов после демодуляции в каналах будет определяться величиной производной частоты сигнала:

$$\begin{aligned} \varphi(t_k) - \varphi_d(t_k) &= -\frac{j\pi^2 \ddot{\varphi}(0) \cdot k}{i\dot{\varphi}^2(0)} + \frac{(2j+1)j}{2i^2} \left(\frac{\pi k}{\dot{\varphi}(0)} \varepsilon\right)^2 \ddot{\varphi}(0) \cong \\ &\cong \left(\frac{(2j+1)jk\varepsilon}{2i^2} - 1\right) \frac{\pi^2 \ddot{\varphi}(0) \cdot k}{\dot{\varphi}^2(0)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Формула (16) для $k \gg 1$ может быть переписана в виде:

$$\varphi(t_k) - \varphi_d(t_k) = \left(\frac{(2j+1)j\varepsilon^2}{2i^2}\right) \frac{\pi^2 \ddot{\varphi}(0) \cdot k^2}{\dot{\varphi}^2(0)}. \quad (18)$$

Можно оценить изменение разности фаз (17) для конкретного примера: при $j = 4$; $i = 1$; $\dot{\varphi}(0) = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^6$; $\ddot{\varphi}(0) = 1.2 \cdot 10^{-10}$ имеем

$$\varphi(t_k) - \varphi_d(t_k) \cong 1.3 \cdot 10^{-22} k^2.$$

Необходимо заметить, что обнаружение и оценка дрейфа частоты возможны без использования данных канала деленной частоты путем формирования разности смежных фаз в канале основной частоты. В самом деле, из (14) можно получить:

$$\varphi(t_{k+1}) - \varphi(t_k) = \frac{(2j+1)^2}{8i^2} \left(\frac{2\pi}{\dot{\varphi}(0)}\right)^2 k \ddot{\varphi}(0). \quad (19)$$

Сравнение (18) и (19) показывает, что, в отличие от двухканального метода, обеспечивающего квадратичную зависимость от времени, смежные фазовые разности линейно зависят от номера выборки. Поэтому одноканальный режим потребует большего времени накопления для обнаружения и оценки дрейфа частоты сигнала.

Значение отклонения частоты может быть получено с помощью цифрового интегрирования разности фаз. Например, из (18) имеем:

$$\dot{\varphi}(t_k) \cong \frac{2i^2 \ddot{\varphi}^2(0)}{\pi^2 (2j+1)^2} \sum_{k=1}^k \frac{1}{k^2} (\varphi(t_k) - \varphi_d(t_k)). \quad (20)$$

Заключение

Полученные формальные выражения позволяют синтезировать структуру «дисциплинированного» стандарта частоты, которая кроме самого генератора должна быть дополнена делителем частоты, синтезатором квантующего сигнала, с помощью которого берутся синхронные выборки в двух АЦП основного канала и канала деленной частоты. Из полученных цифровых выборок в процессоре цифровой обработки сигналов формируются коды комплексных сигналов каждого канала, определяются аргументы этих сигналов и осуществляется цифровое интегрирование разностей аргументов в соответствии с полученными выше выражениями. Вычисленные таким образом отклонения частоты сигнала генератора от первоначально установленного значения подаются на управляющий элемент автогенератора для корректировки. Таким образом, предлагаемый алгоритм позволяет оценивать производные функции частоты автоколебательной системы в реальном масштабе времени при ее автономной работе и провести оперативную компенсацию изменения частоты и коррекцию формируемой шкалы времени.

Литература

Способ хранения частоты электрических колебаний: пат. 2730875 Российская Федерация, МПК7 G04G 3/00; Карелин В. А.; патентообладатель ОАО «Российский институт радионавигации и времени». № 2020109616/28; заявл. 04.03.2020; опубл. 26.08.2020 бюл. № 24.

Micalizio S., Godone A., Levi F., François B., et al. The pulsed optically pumped Rb frequency standard: A proposal for a space atomic clock // Proceedings of the 2015 IEEE Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace). 2015. P. 384–388.