

Прогнозирование ухода шкал времени бортовых часов с помощью трехкомпонентной модели

© В. М. Тиссен, А. Ю. Балахненко, В. Д. Рачков

ЗСФ ФГУП «ВНИИФТРИ» г. Новосибирск, Россия

Реферат

В настоящее время построение прогнозных значений бортовых шкал времени относительно шкалы центрального синхронизатора осуществляется на основе математических моделей в виде простейших полиномов первой и второй степени. При этом в случае оперативного режима расчета орбит КА ГЛОНАСС принимаются линейные модели, параметры которых переопределяются с 6-часовой периодичностью закладки эфемеридной информации в бортовой компьютер. При срочном и апостериорном режимах требуются прогнозы ухода шкал от суток до двух недель. В этом случае для поддержания точности эфемеридно-временной информации возникает необходимость в более сложной модели прогноза, включающей квадратичный член и другие регулярные компоненты. При разработке таких моделей возникают затруднения с оценкой величин систематической и случайной составляющих расхождения данных шкал.

В настоящей статье предложена аналитическая трехкомпонентная модель прогнозирования ухода бортовой шкалы. Первые две из них задают линейную и квадратичную часть ухода. Третья компонента учитывает все закономерности периодического и квазипериодического характера. Она представлена полигармоническим рядом, насчитывающим от 15 до 20 гармоник. Параметры модели оцениваются с помощью метода наименьших квадратов индивидуально для каждого навигационного спутника по данным частотно-временных поправок на интервалах 1–5 месяцев предшествующей истории. Для оценки величины случайной составляющей нестабильностей бортовых часов предложено использовать программный генератор случайных чисел, с помощью которого задается желаемая ширина шумовой дорожки.

В результате проведения численных экспериментов по отработке предложенной трехкомпонентной модели расхождения бортовой шкалы навигационных спутников ГЛОНАСС и GPS относительно шкалы центрального синхронизатора показано, что погрешности прогноза ухода бортовой шкалы ГНСС в большинстве случаев соизмеримы с погрешностями аппроксимации по данным, на которых оцениваются параметры модели. В частности при отработке модели расхождения бортовой шкалы навигационных спутников ГЛОНАСС (R02) осредненная СКП прогноза на интервале 30 суток составила порядка 1 нс, а для суточных прогнозов порядка 0.5 нс при 100 % выборке результатов.

Ключевые слова: прогнозирование, навигационный спутник, бортовые часы, шкалы, вариация Аллана, параметры модели, гармоника, расхождение, случайный процесс.

Контакты для связи: Тиссен Виктор Мартынович (tissen.ksn@yandex.ru).

Для цитирования: Тиссен В. М., Балахненко А. Ю., Рачков В. Д. Прогнозирование ухода шкал времени бортовых часов с помощью трехкомпонентной модели // Труды ИПА РАН. 2024. Вып. 69. С. 47–56.

<https://doi.org/10.32876/AplAstron.69.47-56>

Working out the Methodology for Predicting the Course of the Onboard Clock Using a Software Simulator

V. M. Tissen, A. Y. Balakhnenko, V. D. Rachkov

ZSF FSUE “VNIIFTRI”, Novosibirsk, Russia

Abstract

Currently, the construction of the onboard time scales forecast values relative to the central synchronizer (CS) scale is carried out on the basis of mathematical models in the form of the simplest polynomials of the first and the second degree. At the same time, in the case of the operational mode of the GLONASS spacecraft orbits calculation, linear models are accepted, the parameters of which are redefined with a 6-hour periodicity of feeding ephemeris information into the onboard computer. With urgent and a posteriori modes, the scales deviation forecasts from a day to two weeks are required. In this case, in order to maintain the ephemeris-temporal information (ETI) accuracy there is a need for a more complex prediction model that includes a quadratic term and other regular components. While developing such models, difficulties arise with estimating the values of the systematic and random components of the given scales discrepancy.

In this paper an analytical three-component model for predicting the deviation of the onboard scale (OS) is proposed. The first two components define the linear and quadratic deviation part. The third one takes into account all the regularities of a periodic and quasi-periodic nature. It is represented by a polyharmonic series of 15 to 20 harmonics. The model

parameters are estimated using the least squares method (LSM) individually for each navigation satellite (NS) according to the data of time-frequency corrections (TFC) at intervals from 1 to 5 months of the previous history. To estimate the magnitude of the random component of the onboard clock instability, it is proposed to use a software random number generator, which sets the desired width of the noise track.

As a result of the numerical experiments to test the development of the proposed three-component model of the GLONASS and GPS OS NS divergence relative to the CS scale, it has been shown that the errors in the prediction of the GNSS OS deviation in most cases are commensurate with the approximation errors based on the data which underlie the model parameters. In particular, when testing the GLONASS OS NS divergence model (R02), the average UPC of the forecast for an interval of 30 days was about 1 ns, and for daily forecasts of the order of 0.5 ns with 100% results sampling.

Keywords: forecasting, navigation satellite, onboard clock, scales, Allan variation, model parameters, harmonic, discrepancy, random process.

Contacts: Viktor M. Tissen (tissen.ksn@yandex.ru).

For citation: Tissen V. M., Balakhnenko A. Y., Rachkov V. D. Working out the methodology for predicting the course of the onboard clock using a software simulator // Transactions of IAA RAS. 2024. Vol. 69. P. 47–56.

<https://doi.org/10.32876/AplAstron.69.47-56>

Введение

В последние десятилетия получили широкое развитие информационно-управляющие системы слежения за движущимися объектами. Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) являются наиболее высокотехнологическими и быстро развивающимися такими системами. Основная задача ГНСС состоит в высокоточном позиционировании объектов наземного, воздушного и космического базирования. На фоне растущей международной напряженности возрастают требования к точности позиционирования данных объектов в режиме реального времени. Прежде всего это относится к беспилотным летательным аппаратам (БПЛА) и к системам высокоточного оружия пятого поколения. Из разнообразия природных и технических факторов, влияющих на точность позиционирования, уход шкалы бортовых часов относительно шкалы времени центрального синхронизатора (ЦС) является наиболее значительным. Для его компенсации в пунктах наземного комплекса управления системы ГЛОНАСС вычисляются прогнозные значения расхождения бортовых шкал относительно шкалы ЦС, которые затем в виде частотно-временных поправок (ЧВП) передаются в составе навигационного сообщения на бортовые компьютеры КА ГЛОНАСС. Эти поправки закладываются на борт каждого КА орбитальной группировки, по значениям которых формируется шкала времени системы (ШВС) ГЛОНАСС, которая затем передается потребителю в составе навигационного сообщения.

Период закладки эфемеридно-временной информации (ЭВИ) при оперативном режиме составляет 6 часов. В этом случае для решения задач позиционирования в режиме реального времени достаточно рассчитывать прогнозы ухода бортовых шкал (БШ) на 6 часов, что не требует построения сложных нелинейных моделей прогноза. Однако в режиме постобработки, а также в случае возникновения различных нештатных ситуаций требу-

ются прогнозы длительностью до двух недель и более. Поэтому для поддержания точности ЭВИ в режиме автономного функционирования ГЛОНАСС необходимо применение более точных моделей прогноза ухода шкал бортовых часов (БЧ), учитывающих особенности дрейфа частоты (задающего генератора ЗГ), а также другие регулярные изменения, вызываемые периодическими воздействиями на КА различных сил при его движении по орбите. Таким образом, разработка уточненной методики долгосрочного прогнозирования ухода бортовых ШВ с требуемой точностью для нужд эфемеридно-временного обеспечения является актуальной, особенно в рамках принятия новой программы развития системы ГЛОНАСС до 2030 г. ([Космическая деятельность России, 2021](#)).

Моделирование регулярной составляющей процесса хода квантовых часов

Построению моделей расхождения шкал времени (ШВ) пространственно удаленных квантовых часов посвящен широкий круг работ ([Tryon, 1983](#); [Одуан, Гино, 2002](#)). Основное внимание авторами этих работ уделяется алгоритмам оценивания величин непредсказуемой случайной и регулярной предсказуемой составляющих хода квантовых часов. В работе ([Tryon, 1983](#)) предложена модель нестабильности квантовых часов, состоящая из системы трех рекуррентных уравнений, порождающих стохастический процесс в частотно-временном пространстве:

$$\begin{aligned} S(k+1) &= S(k) + q(k)h + 0.5w(k)h^2 + V_s(k) \\ q(k+1) &= q(k) + w(k)h + V_q(k) \\ w(k+1) &= w(k) + V_w(k), \end{aligned} \quad (1)$$

где $S(k)$, $q(k)$, $w(k)$ — показания часов, частота и дрейф частоты, $V_s(k)$, $V_q(k)$, $V_w(k)$ — центрированные Гауссовы процессы типа белого шума с дисперсиями σ_s , σ_q , σ_w ; $h = t_{k+1} - t_k$ — шаг дискретизации процессов.

Система уравнений (1) связывает частотно-временные характеристики нестабильности часов, порождаемые только случайными процессами непредсказуемого характера, то есть не отвечает условиям прогнозируемости. Для построения прогностической модели необходимо перейти от рекурсивного процесса к параметрическим уравнениям, моделирующих процесс нестабильности исследуемых часов согласно уравнениям (1), оценку параметров которых можно выполнить статистическими методами. Модель нестабильности часов запишем в виде:

$$\begin{aligned} S_m(k) &= 0.5w_0h^2k^2 + q_0hk + S_0 \\ q_m(k) &= w_0hk + q_0 \\ w_m(k) &= w_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где S_0, q_0, w_0 — начальные значения показания часов, частоты и дрейфа частоты на момент времени $t=t_0$ соответственно.

Обозначим в системе уравнений (2) $t_k = hk$, где $k=1\dots n$ — порядковый номер измерения. Тогда получим систему уравнений модели вида:

$$\begin{aligned} S_m(t_k) &= 0.5w_0t_k^2 + q_0t_k + S_0 \\ q_m(t_k) &= w_0t_k + q_0 \\ w_m(t_k) &= w_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Оценку искомым начальным параметров S_0, q_0, w_0 модели (3) выполним с помощью метода наименьших квадратов (МНК). Составим уравнения невязок:

$$\begin{aligned} S(t_k) - S_m(t_k) &= v_{1k} \\ q(t_k) - q_m(t_k) &= v_{2k} \\ w(t_k) - w_m(t_k) &= v_{3k}, \end{aligned} \quad (4)$$

где:

— $S(t_k)$ — показания ухода бортовой шкалы на моменты измерений t_k ;

— $q(t_k), w(t_k)$ — вычисленные значения сдвига и дрейфа частоты по известным значениям $S(t_k)$ на моменты измерений t_k ;

— v_{1k}, v_{2k}, v_{3k} — невязки между данными измерений и модельными значениями.

Подставляя из (3) в (4) выражения для модели процесса, получим:

$$\begin{aligned} S(t_k) - (0.5w_0t_k^2 + q_0t_k + S_0) &= v_{1k} \\ q(t_k) - (w_0t_k + q_0) &= v_{2k} \\ w(t_k) - w_0 &= v_{3k}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для каждого уравнения системы запишем условие МНК:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (S(t_k) - 0.5w_0t_k^2 - q_0t_k - S_0)^2 &= \min \\ \sum_{k=1}^n (q(t_k) - w_0t_k - q_0)^2 &= \min \\ \sum_{k=1}^n (w(t_k) - w_0)^2 &= \min. \end{aligned} \quad (6)$$

Дифференцируя уравнения (6) по S_0, q_0, w_0 , получим систему нормальных уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (S(t_k) - 0.5w_0t_k^2 - q_0t_k - S_0) &= 0 \\ \sum_{k=1}^n (q(t_k) - w_0t_k - q_0) &= 0 \\ \sum_{k=1}^n (w(t_k) - w_0) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Разрешая уравнения (7) относительно неизвестных S_0, q_0, w_0 , найдем:

$$\begin{aligned} w_0 &= \frac{\sum_{k=1}^n w(t_k)}{n} \\ q_0 &= \frac{\sum_{k=1}^n q(t_k) - w_0 \sum_{k=1}^n t_k}{n} \\ S_0 &= \frac{\sum_{k=1}^n S(t_k) - 0.5w_0 \sum_{k=1}^n t_k^2 - q_0 \sum_{k=1}^n t_k}{n}. \end{aligned} \quad (8)$$

Численные значения параметров модели S_0, q_0, w_0 оцениваются по формулам (8) индивидуально для каждого навигационного спутника (НС) по данным ЧВП. Данных параметров вполне достаточно для построения моделей расхождения шкал стационарных наземных часов, где главная составляющая нестабильности определяется квантово-волновыми процессами. Однако для часов, находящихся в движении на круговой орбите, могут накладываться различные периодические физико-технические эффекты, в том числе и релятивистские. Поэтому естественно предположить, что в БШ дополнительно могут присутствовать периодические вариации разной частоты и мощности.

Уравнение модели, включающее периодические члены, будет иметь вид:

$$S(t) = 0.5w_0t^2 + q_0t + S_0 + \sum_{j=1}^N a_j \sin(2\pi t / T_j + \phi_j), \quad (9)$$

где $j=1, 2, \dots, N$ — порядковый номер гармоники.

Для оценки параметров полигармонической модели в уравнении (9) использована методика, приведенная в работе [\(Тиссен, 2014\)](#).

Моделирование стохастической составляющей процесса хода квантовых часов

В уравнении модели (9) отсутствует случайная компонента, моделирующая центрированный гауссов процесс с заданными значениями дисперсии на различных временных интервалах. Общеизвестна так называемая шумовая модель, приведенная в статье (Одуан, Гино, 2002). В этой модели кратковременные и долговременные нестабильности часов поставлены в зависимость от спектральной плотности мощности шума:

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^2 h_\alpha f^\alpha, \quad (10)$$

где h_α — коэффициенты, определяющие плотность мощности отдельных составляющих шумов с частотами f^α .

В зависимости от значения числа α , изменяющегося с шагом 1 от -2 до $+2$, уравнение (10) описывает соответственно: белый фазовый шум; фликкерный фазовый шум; белый частотный шум и шум случайного блуждания частоты.

Формула, приведенная в (Одуан, Гино, 2002) для вычисления дисперсии Аллана на интервале времени τ при выполнении условия $2\pi f_h \tau \gg 1$, имеет вид:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{3h_2 f_h}{4\pi^2 \tau^2} + \frac{h_1}{4\pi^2 \tau^2} [1.04 + 3 \ln(2\pi f_h \tau)] + \frac{h_0}{2\tau} + 2h_{-1} \ln 2 + \frac{2}{3} \pi^2 h_{-2} \tau. \quad (11)$$

Для определения входящих в (11) коэффициентов h_α достаточно составить систему из пяти уравнений, в левой части которой поставлены в соответствие пять поинтервальных дисперсий Аллана. Стандартно выбирают интервалы длительностью в 1, 10, 100 с, 1 час и 1 сутки.

Недостатком модели (11) является отсутствие параметров, учитывающих взаимовлияния дисперсий от отдельных составляющих шумов друг на друга и на оценку суммарной дисперсии, что приводит к погрешностям в их оценке. Вследствие этого данная модель имеет узкие границы применимости. С ее помощью удастся получить положительное решение для коэффициентов h_α в случаях, когда распределение поинтервальных дисперсий близко к логарифмической зависимости, что характерно для белого частотного шума. В частности, решение системы уравнений, составленной по модели (11), с характеристиками нестабильности рубидиевых стандартов частоты приводит к отрицательным значениям отдельных коэффициентов h_α , что теоретически невозможно.

Для преодоления указанных затруднений был разработан алгоритм, в котором с помощью гене-

ратора случайных чисел по методу Монте-Карло синтезируются временные ряды с заданными характеристиками нестабильности в виде поинтервальных вариаций Аллана (Соболь, 1985). Схема построения данного алгоритма основана на рекуррентном соотношении вида:

$$x_i = x_{i-1} + f_0 \tau + \delta x_i, \quad (12)$$

где x_i — вариация хода часов в момент времени t_i , f_0 — номинальная частота генератора, τ — интервал дискретизации, δx_i — случайная величина, определяющая СКО ухода часов. Величина δx_i на каждом шаге рассчитывается по формуле:

$$\delta x_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} Y_i dt, \quad (13)$$

где $Y_i(t) = \sum_{j=1}^N y_j(t)$ — относительная вариация частоты генератора, состоящая из N составляющих вариаций частоты $y_j = \frac{f_0 - f_j(t)}{f_0}$. Здесь $f_0, f_j(t)$ —

начальное и текущее значение частоты генератора, i — номер интервала времени, j — номер составляющей вариации частоты $y_j(t) = u_j$, где $u_j = k_j \cdot v_j$ — массивы нормально распределенных чисел для j -го интервала. v_j — нормально распределенные случайные числа с СКО = 1 и нулевым математическим ожиданием; k_j — коэффициенты пропорциональности, устанавливающие связь между заданными на интервалах вариациями Аллана и расчетными вариациями от отдельных составляющих ряда.

При этом нестабильность часов на произвольном задаваемом интервалах определится суммой случайных чисел от всех шести массивов по формуле:

$$\sigma_x^2 = \sum_{j=1}^6 (k_j \sigma_j)^2, \quad (14)$$

где k_j — масштабирующие коэффициенты, связывающие значения поинтервальных дисперсий между собой для различных моделей нестабильности.

Для нахождения коэффициентов k_j необходимо составить систему из 6 уравнений с заданными модельными и расчетными значениями вариаций Аллана на отдельно взятых временных интервалах. Расчетные значения поинтервальных вариаций Аллана находятся поочередно для каждого j интервала независимо при условии принятия $k_j = 1$ на этом интервале и равенстве их нулю

Поинтервальные вариации Аллана

№	Интервалы, τ_j , с	Вариации Аллана для каждой составляющей при $k_j = 1$					
		1	2	3	4	5	6
1	1	$3 \cdot 10^{-12}$	$1 \cdot 10^{-13}$	$3 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-16}$	$3 \cdot 10^{-18}$	$1 \cdot 10^{-19}$
2	10	$3 \cdot 10^{-13}$	$1 \cdot 10^{-12}$	$3 \cdot 10^{-14}$	$1 \cdot 10^{-15}$	$3 \cdot 10^{-17}$	$1 \cdot 10^{-18}$
3	10^2	$3 \cdot 10^{-14}$	$1 \cdot 10^{-13}$	$3 \cdot 10^{-13}$	$1 \cdot 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{-16}$	$1 \cdot 10^{-17}$
4	10^3	$3 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{-14}$	$1 \cdot 10^{-13}$	$3 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-16}$
5	10^4	$3 \cdot 10^{-16}$	$1 \cdot 10^{-15}$	$3 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{-14}$	$1 \cdot 10^{-15}$
6	10^5	$3 \cdot 10^{-17}$	$1 \cdot 10^{-16}$	$3 \cdot 10^{-16}$	$1 \cdot 10^{-15}$	$3 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-14}$

на всех остальных. Заданные и полученные расчетные вариации Аллана сведены в табл. 1.

Подставляя данные табл. 1 в уравнение (14), получим систему из шести уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned}
 (\sigma_{A,1})^2 &= (3 \cdot 10^{-12} \cdot k_1)^2 + (1 \cdot 10^{-13} \cdot k_2)^2 + \dots + (1 \cdot 10^{-19} \cdot k_6)^2 \\
 (\sigma_{A,2})^2 &= (3 \cdot 10^{-13} \cdot k_1)^2 + (1 \cdot 10^{-12} \cdot k_2)^2 + \dots + (1 \cdot 10^{-18} \cdot k_6)^2 \\
 (\sigma_{A,3})^2 &= (3 \cdot 10^{-14} \cdot k_1)^2 + (1 \cdot 10^{-13} \cdot k_2)^2 + \dots + (1 \cdot 10^{-17} \cdot k_6)^2 \\
 (\sigma_{A,4})^2 &= (3 \cdot 10^{-15} \cdot k_1)^2 + (1 \cdot 10^{-14} \cdot k_2)^2 + \dots + (1 \cdot 10^{-16} \cdot k_6)^2 \\
 (\sigma_{A,5})^2 &= (3 \cdot 10^{-16} \cdot k_1)^2 + (1 \cdot 10^{-15} \cdot k_2)^2 + \dots + (1 \cdot 10^{-15} \cdot k_6)^2 \\
 (\sigma_{A,6})^2 &= (3 \cdot 10^{-17} \cdot k_1)^2 + (1 \cdot 10^{-16} \cdot k_2)^2 + \dots + (1 \cdot 10^{-14} \cdot k_6)^2.
 \end{aligned} \quad (15)$$

В результате решения системы (15) будут найдены численные значения коэффициентов k_j ,

удовлетворяющие формированию временного ряда с характеристиками нестабильности, соответствующими поинтервальным вариациям Аллана, заданным в левой части уравнений системы.

Выводы и результаты

Практическая реализация описанного алгоритма выполнена с помощью программного генератора случайных чисел (ГСЧ), синтезирующего 6 массивов случайных чисел r_1, r_2, \dots, r_6 с заданными дисперсиями Аллана на 6 временных интервалах: 1, 10, ..., 10^5 сек.

На рисунке 1а приведен пример такой реализации для 30-суточного временного ряда при заданных вариациях Аллана: $3 \cdot 10^{-12}$; $1 \cdot 10^{-12}$; $3 \cdot 10^{-13}$; $1 \cdot 10^{-13}$; $3 \cdot 10^{-14}$; $1 \cdot 10^{-14}$.

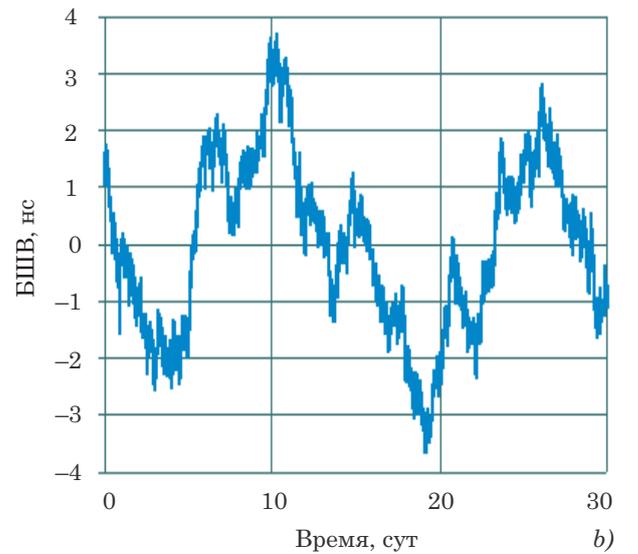
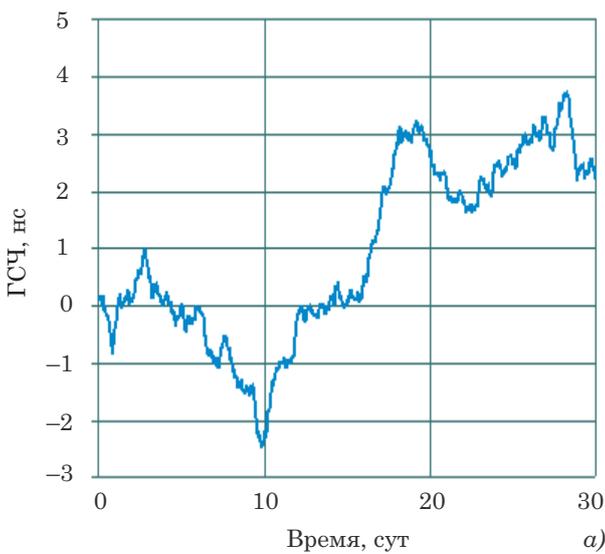


Рис. 1. а) Программная реализация нестабильности ухода часов; б) остаточные вариации нестабильности БШВ

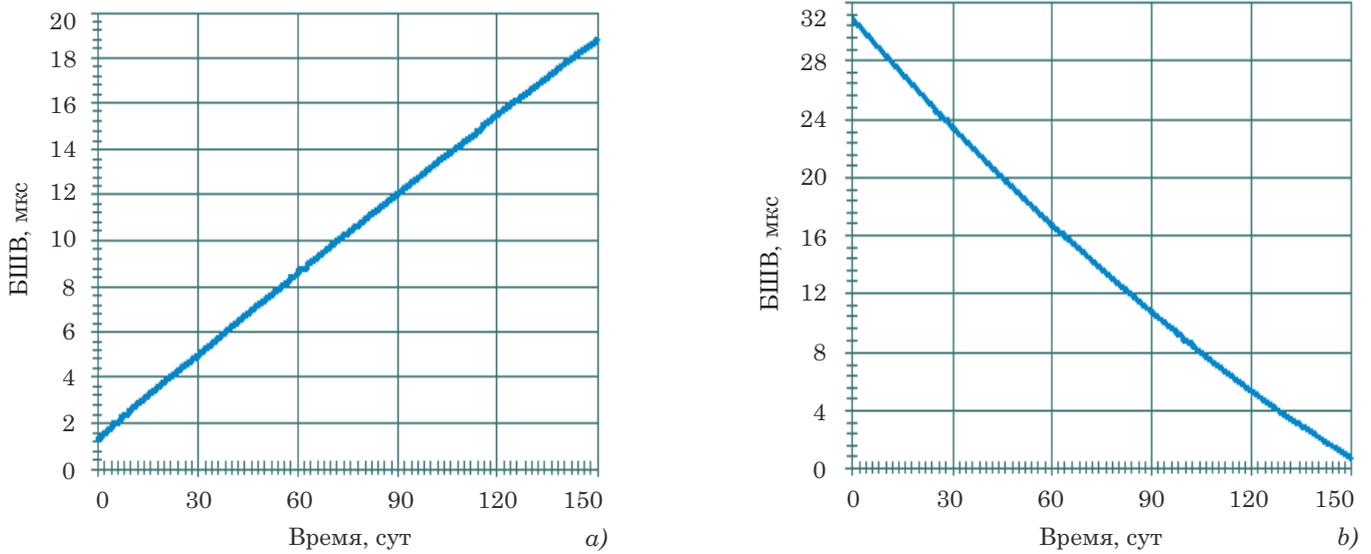


Рис. 2. Поправки к БШВ НС ГЛОНАСС (R02) и НС GPS (G02) на 150-суточном интервале времени

На рис. 1*b* приведен график остаточной составляющей нестабильности бортовой шкалы времени (БШВ) для НС GPS (G02) на суточном интервале. Данные для построения графика БШВ взяты с сервера сети станций CDDIS. При этом предварительно выполнено ранжирование данных по номерам НС, их объединение в суточные и более длительные файлы, оценка параметров линейного и квадратичного трендов и их исключение из БШВ.

Из сравнения графиков на рис. 1*a* и 1*b* видно, что программный график носит более гладкий характер в сравнении с БШВ. Такое отличие можно объяснить присутствием высокочастотных регулярных составляющих в БШВ, которые накладываются на случайный процесс ухода часов. Из визуального анализа характера высокочастотных

составляющих на графиках БШВ, как на НС ГЛОНАСС, так и на НС GPS, отмечаются периоды порядка 12 ч и 8 ч, что очевидно связано с 12-часовым орбитальным периодом этих спутников.

На рис. 2*a*, 2*b* приведены графики расхождения бортовых часов для НС ГЛОНАСС (R02) и GPS (G02) соответственно относительно шкалы ЦС на 5-месячных интервалах.

Из сравнения графиков на рис. 2*a* и 2*b* следует отметить заметное отличие от прямой ухода БШВ G02 в сторону вогнутости, что указывает на значительный положительный дрейф частоты ЗГ этого спутника.

На рис. 3 приведены остаточные расхождения БШВ НС ГЛОНАСС (R02) и НС GPS (G02) относительно шкалы ЦС на 150-суточном интервале после снятия с них линейного тренда.

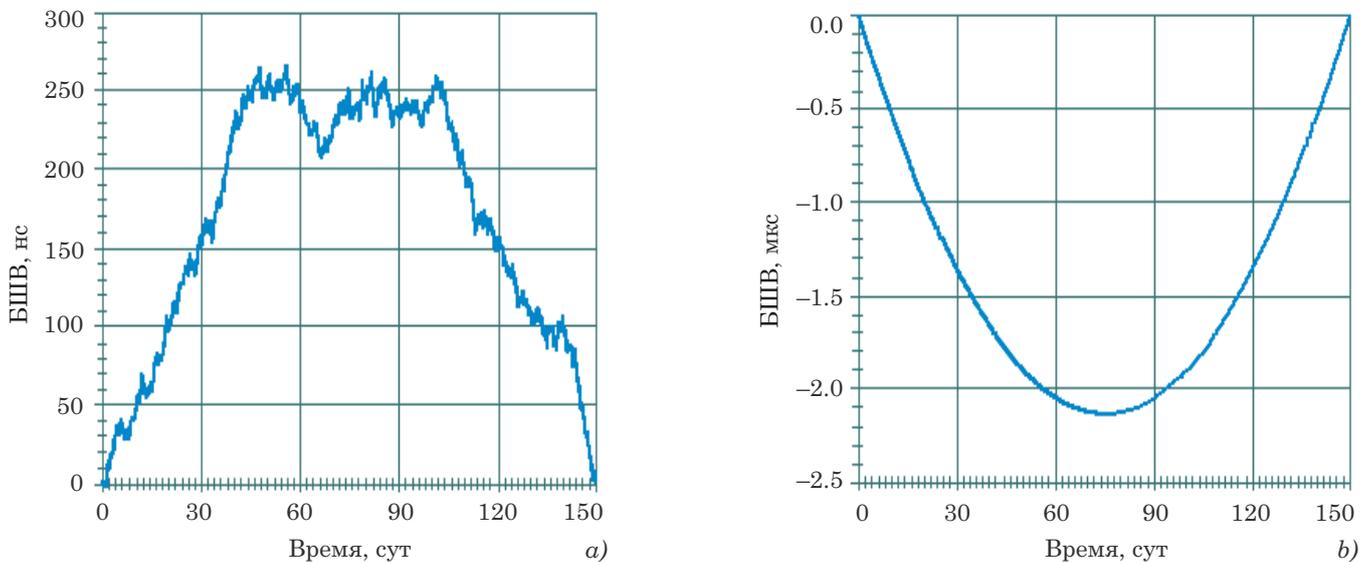


Рис. 3. Остаточные поправки к БШВ R02 и G02 после снятия линейных трендов

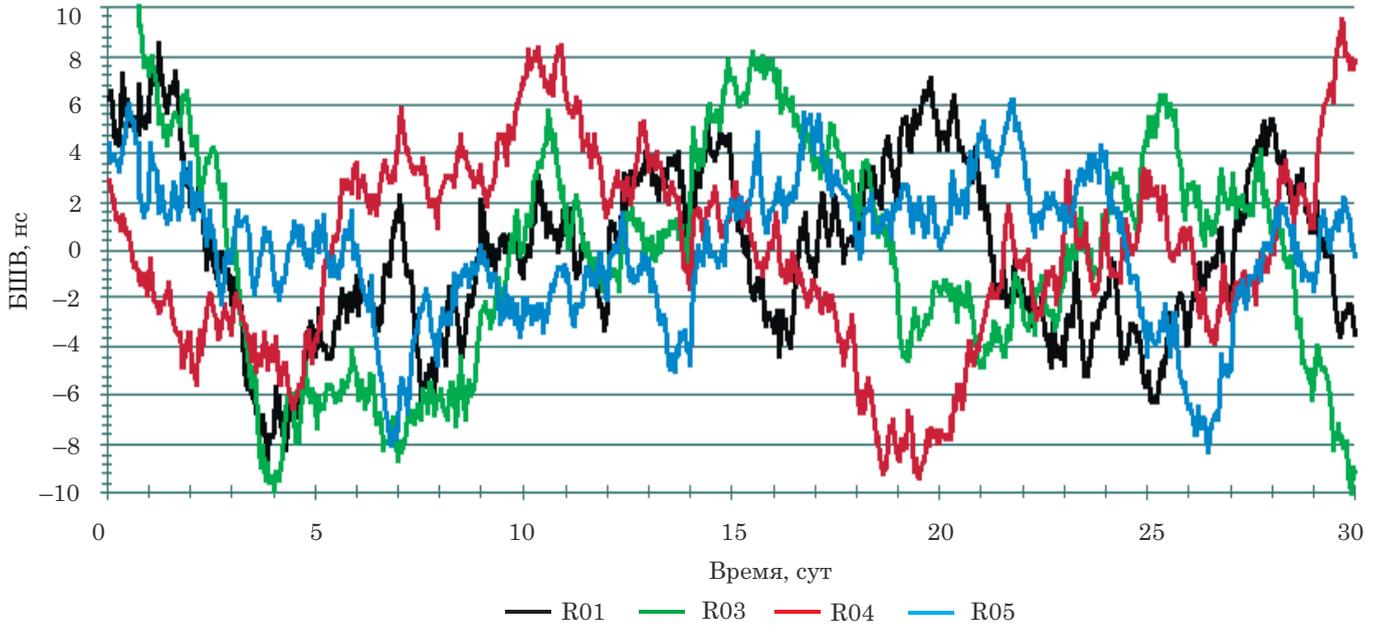


Рис. 4. Остаточные поправки к БШВ для четырех НС ГЛОНАСС на 30-суточном интервале после снятия линейного и квадратичного трендов

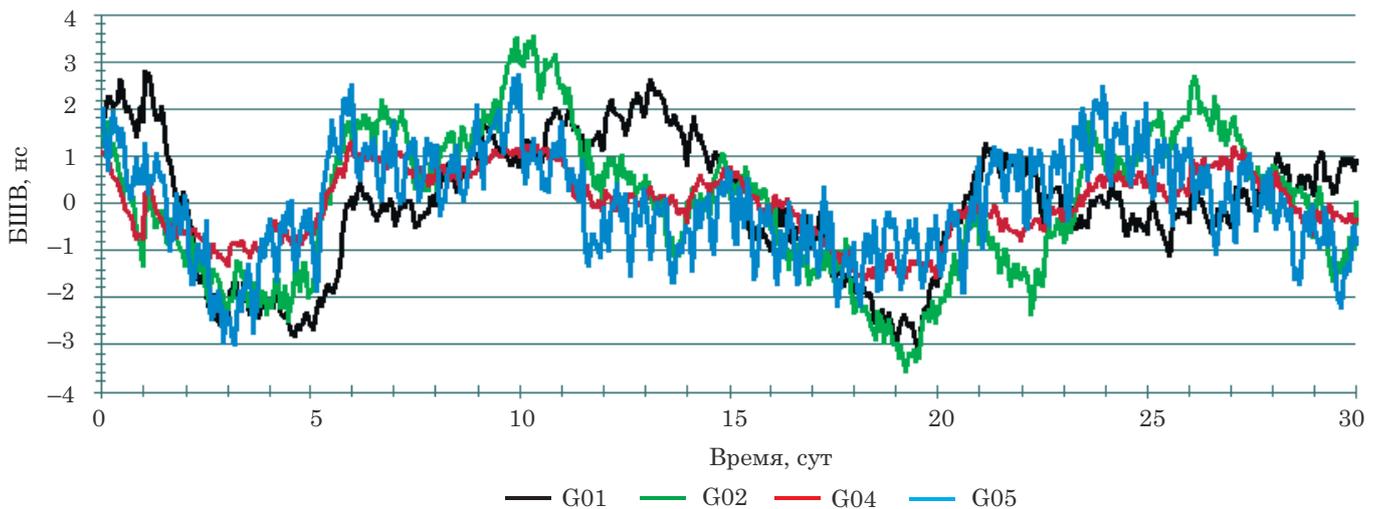


Рис. 5. Поправки к БШВ для четырех НС GPS на 30-суточном интервале после снятия линейного и квадратичного трендов

Из сравнения графиков *a)* и *b)* на рис. 3 видно, что систематический уход БШВ G02 имеет выраженный параболический вид и по величине на порядок превосходит уход БШВ R02. Это указывает на высокую стабильность дрейфа частоты ЗГ часов на НС G02.

На рис. 4 и 5 приведены остаточные поправки к БШВ для четырех НС ГЛОНАСС и GPS соответственно.

Сравнивая характер изменений поправок графиков на рис. 5–6, следует отметить, что бортовые часы GPS имеют заметно меньшую кратковременную нестабильность в сравнении с часами на НС ГЛОНАСС. Кроме этого в динамике БШВ GPS прослеживается явная корреляция между собой для всех четырех НС, связанная с наличием

общего колебания с периодом порядка 14 суток, что совпадает с периодом наиболее значимых приливных гармоник от воздействия Луны и Солнца. Выполненные сравнения, показывают существенные различия характера изменений поправок к БШВ от чисто случайного процесса, формируемого программным имитатором. Поэтому, в целях максимального выявления статистических закономерностей временных рядов БШВ, в уравнении модели (9) для прогнозирования остаточной функции использовано уравнение авторегрессии, параметры которого, также как и параметры тренда и гармоник, оцениваются индивидуально для каждого НС. При этом предварительно технология выбора расчетных параметров модели производится по модельным данным, синтезированным про-

граммным имитатором с похожими характеристиками нестабильности БШВ.

На рис. 6 красным цветом показан график остаточных поправок к БШВ НС ГЛОНАСС (R02) на 150-суточном интервале. Зеленным цветом обозначены модельные данные, вычисленные согласно уравнению (9) на 120-суточном интервале обучающей выборки с продолженным на 90 дней прогнозом синим цветом.

Из анализа графиков на рис. 6–7 следует отметить, что в модельные данные в сравнении с фактическими значениями ЧВП имеют более гладкий ступенчатый вид с шириной ступеньки 1 сутки. Такой вид графиков, видимо, связан с особенностями внесения ЧВП в БШВ НС R02.

Заметное расхождение модельных данных с фактическими значениями ЧВП на левой поло-

вине графика рис. 6 связано с особенностями построения гармонической модели, используемой для аппроксимации регулярных компонент изменений ЧВП. В нашем случае оценка параметров 1-й, 2-й главных компонент производится вариативным способом по результатам аппроксимации, вычисляемого с помощью МНК остаточного ряда гармоник в количестве от 15 до 25 и более единиц до достижения максимальной точности аппроксимации на правой половине графика, показанного на рис. 7. При этом на интервале прогноза (синяя линия) данные ЧВП в расчетах МНК не используются.

На рис. 7 показана детализированная часть графика, приведенного на рис. 6, на 60-суточном интервале данных.

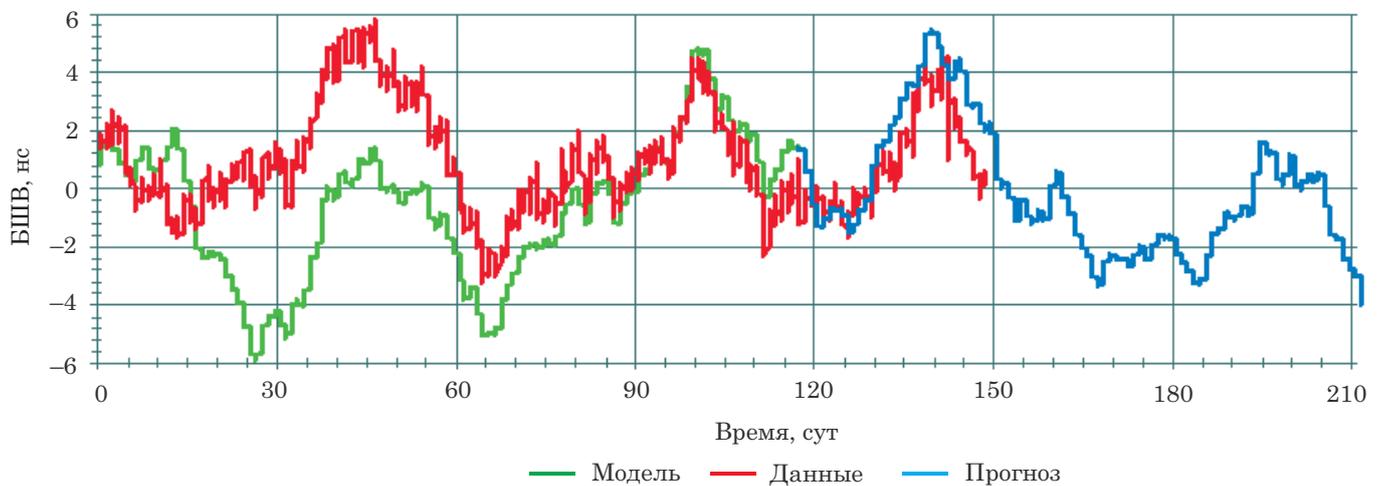


Рис. 6. Остаточные поправки к БШВ НС ГЛОНАСС (R02) (красный цвет) и их аппроксимация (зеленый цвет) с прогнозом на 90 суток (синий цвет)

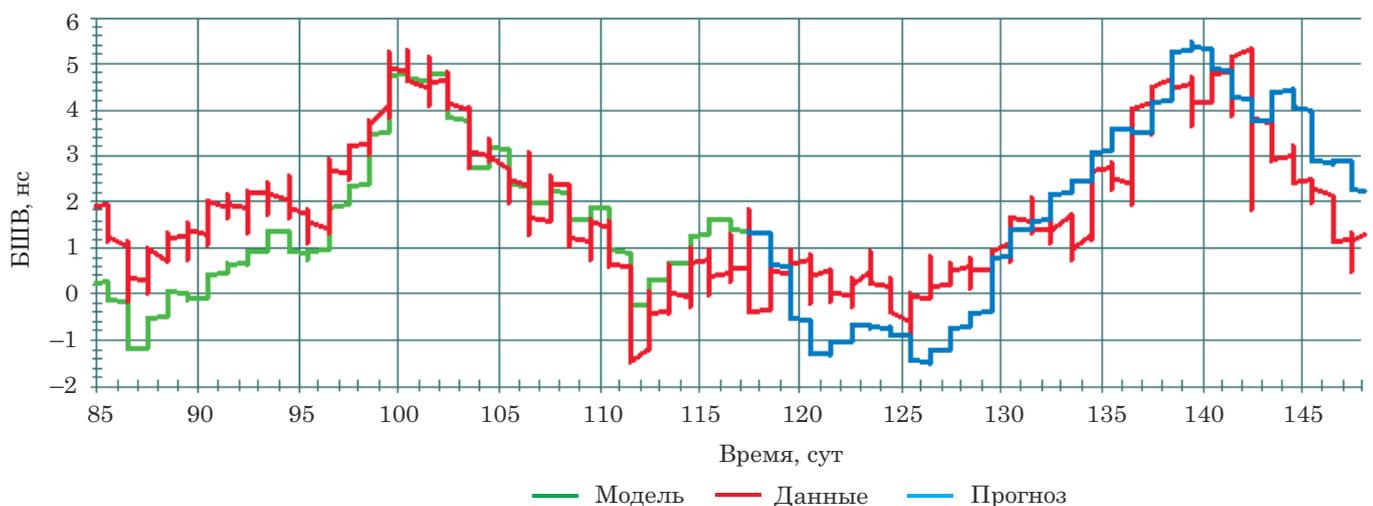


Рис. 7. Детализация графика на рис. 6 на интервале 60 суток

Погрешности интерполяции прогнозирования поправок к БШВ R02

СКП аппроксимации модельных значений БШВ на интервале интерполяции (зеленная линия), нс	СКП аппроксимации модельных значений БШВ на интервале экстраполяции (синяя линия), нс	СКП прогнозов БШВ на 12 часов на месячном интервале, нс
0.97	1.14	0.83

Для качественной оценки результатов прогнозирования БШВ R02 по предложенной модели (9) были вычислены осредненные значения СКП аппроксимации на 30-суточном (87–117) интервале фактических значений ЧВП и на таком же по длительности интервале прогноза (118–148), а также СКП 12-часовых прогнозов с шагом 12 ч. Таким образом, общее число 12-часовых прогнозов составило 60 шт.

В табл. 2 приведены оценки СКП результатов аппроксимации модельных значений ЧВП, полученных по модели (9) на интервале интерполяции (зеленная линия) и экстраполяции (синяя линия) относительно фактических значений ЧВП к БШВ R02 (красная линия).

Необходимо отметить, что приведенные в табл. 2 результаты получены по данным ЧВП бортовой шкалы КА R02, которая отличается от других БШВ КА ГЛОНАСС относительно высокими характеристиками стабильности и прогнозируемости. В работе (Сальцберг, Шупен, 2020) по результатам прогнозирования ЧВП на интервалы от 1 до 12 ч. на основе фильтра Калмана получены оценки СКП БШВ для полной группировки КА ГЛОНАСС. В частности, для БШВ R02 СКП прогнозов на интервалы от 1 до 12 ч соответственно изменяется от 0.4 нс до 1.3 нс. Согласно результатам данной работы, СКП прогнозов БШВ на 12 ч, вычисляемых по предлагаемой трехкомпонентной модели (9), оказалась несколько выше, чем с применением фильтра Калмана. При этом следует отметить, что с увеличением длины интервала прогноза БШВ преимущества применения модели (9) будет возрастать, что непосредственно следует из сравнительного анализа поведения модели БШВ R02 на интервалах интерполяции и экстраполяции (рис. 7). Таким образом, на основании проведенных модельных исследований применение многокомпонентной модели изменений ЧВП целесообразно для вычисления долгосрочных прогнозов БШВ от нескольких часов до нескольких недель. Положительный эффект от применения такой модели обоснован тем, что КА ГНСС вместе с часами находятся в постоянном круговом движении с периодами около 12 ч, вследствие чего их орбиты подвержены влиянию многообразных периодических сил, многие из которых в силу различных эффектов физико-технического характера

не могут быть учтены в полной мере. Эти эффекты и находят отражение в вариациях БШВ.

Заключение

Проведенные исследования с использованием результатов разработанного программного имитатора нестабильности квантовых часов позволили обосновать выбор оптимальной модели для прогнозирования поправок к БШВ на длительные сроки. В результате была предложена трехкомпонентная модель в виде уравнения, содержащего линейную, квадратичную и полигармоническую составляющие. Для моделирования полигармонической составляющей использован тригонометрический ряд с числом гармоник от 15 до 30. В частности, для БШВ R02 с помощью такой модели получен долгосрочный прогноз изменений ЧВП с осредненной погрешностью на интервале до 30 суток немного более 1 нс. Такая высокая точность долгосрочных прогнозов БШВ особенно актуальна в случаях возникновения необходимости перехода КА ГЛОНАСС на автоматический режим функционирования.

Таким образом, предлагаемая в настоящей статье трехкомпонентная модель открывает новые возможности для существенного повышения точности долгосрочного прогнозирования ухода БШВ ГНСС по данным ЧВП. Разработанный программный имитатор, формирующий временные ряды расхождений шкал времени с заданными характеристиками случайного и регулярного процессов целесообразно применять в качестве инструмента для отработки и верификации при разработке и совершенствовании различных методик прогнозирования БШВ.

Литература

- Одуан К., Гино Б. Измерение времени. Основы GPS / Перевод с английского Домнина Ю. С. / под ред. Татаренкова В. М. М.: Техносфера, 2002. 400 с.
- Сальцберг А. В., Шупен К. Г. Расширенная схема прогнозирования частотно-временных поправок с использованием неравноточных данных // Труды ИПА РАН. 2020. Вып. 52. С. 51–56.
- Соболь И. М. Метод Монте-Карло М.: Наука, 1985. 78 с.
- Тиссен В. М. Методика высокоточного прогнозирования неравномерностей вращения Земли // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. 2014. № 2. С. 44–50.

Федеральная целевая программа «Поддержание, развитие и использование системы ГЛОНАСС на 2021–2030 годы» в рамках государственной программы Российской Федерации «Космическая деятельность России».

Tryon P. V., Jones R. H. Estimation of parameters in models cesium beam atomic clocks // *Journal of Research of the National Bureau of Standards*. Vol. 88, no. 1. 1983. P. 3–16.