

## **Высокоточное определение релятивистских эффектов смещения частоты и времени в системе атомных часов «Земля – спутник»**

**© В. Ф. Фатеев, Е. А. Рыбаков**

ФГУП «ВНИИФТРИ», п. Менделеево, Московской обл., Россия

Представлены результаты исследования релятивистских эффектов смещения шкал времени и частоты в системе атомных часов, одни из которых размещены на Земле, другие — на спутнике с круговой орбитой, в частности, на спутнике ГНСС. В дополнение к известным решениям по релятивистским эффектам в этой системе учтено влияние неравномерности вращения Земли, более подробно учтено влияние полей Луны и Солнца на наземные и спутниковые часы на круговой орбите, а также влияние ряда других трудно учитываемых возмущающих факторов, искажающих круговую орбиту навигационного спутника (давление Солнца, альbedo Земли и др.). Приведены результаты моделирования релятивистских рассогласований временных шкал для круговой орбиты ГЛОНАСС с учетом некоторых возмущающих факторов.

**Ключевые слова:** релятивистские эффекты, стандарты частоты и времени, неравномерность вращения Земли, поля Луны и Солнца, круговая орбита.

### **Введение**

Высокоточное определение релятивистских расхождений частоты и времени атомных часов необходимо при обеспечении высокой точности глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), в спутниковых геодезических системах, а также в системах измерения разности гравитационных потенциалов, основанных на использовании спутниковых стандартов частоты и времени (СЧВ) со стабильностью  $10^{-16}$ – $10^{-17}$  [1, 15]. Эта задача становится все более актуальной в связи с созданием наземных СЧВ со стабильностью до  $10^{-17}$  –  $10^{-18}$  [например, 2].

Учету релятивистских эффектов в системе «Земля–спутник» посвящено значительное число работ. Так, в работах [3, 4, 5] учтен целый ряд возмущающих факторов: приливы на упругой Земле через числа Лява, высота размещения часов относительно геоида, неоднородность гравитационного поля Земли, орбитальные эффекты и даже эффект движения полюсов. Вместе с тем, эффекты неравномерности вращения Земли (нутаия, прецессия, девиация угловой скорости Земли) не рассмотрены, приливные эффекты для наземных и спутниковых часов рассмотрены лишь в общей постановке, без анализа их спектральных составляющих. В работе [6], посвященной релятивистским эффектам применительно к системе GPS, рассмотрены эффекты эллиптичности орбиты, влияние второй зональной гармоники, однако неравномерность вращения Земли и приливные эффекты также не исследовались. В отечественных работах, посвященных эксперименту «Радиоастрон» [7, 8], релятивистские эффекты исследовались применительно к орбитам с очень большим эксцентриситетом, при котором влияние поля Луны становится почти соизмеримым с влиянием поля Земли. При этом учтена неоднородность гравитационного поля Земли, однако эффекты неравномерности вращения Земли не оценивались.

В этой связи, для дальнейшего повышения точности описания релятивистских эффектов смещения частоты и времени в системе «Земля–спутник на круговой орбите» необходим учет влияния всех составляющих неравномерности вращения Земли, учет гармонических составляющих приливного влияния полей Луны и Солнца, а также влияние других, в том числе негравитационных, факторов, возмущающих круговую орбиту.

### **Исходные соотношения**

Введем в рассмотрение систему наземных и спутниковых высокостабильных атомных часов и определим взаимные релятивистские расхождения их частоты и времени. Наземные часы (опорные, или базовые) являются хранителями собственной частоты  $f_0$  и собственного (измеряемого) времени  $\tau_0$  (или  $\tau$ ). Спутниковые атомные часы с индексом «С» являются хранителями собственной частоты и собственного бортового времени, соответственно,  $f_C, \tau_C$ . В качестве координатного времени используем геоцентрическое координатное время  $t_{TCG} = t$ .

Строгое описание релятивистских явлений и методов их учета в бортовой шкале спутниковых часов удобно вести в геоцентрической невращающейся небесной системе отсчета ICRS, в которой они движутся по кеплеровским орбитам. Наземные часы в этой системе движутся со скоростью, которая определяется угловой скоростью вращения Земли и геоцентрической широтой точки их размещения. Начало этой системы, как известно, находится в центре вращающейся Земли, плоскость  $XOY$  совмещена с плоскостью экватора, а ось  $OX$  направлена в точку весеннего равноденствия. Текущее положение обоих часов в системе координат характеризуется радиус-векторами, соответственно,  $\vec{R}_0$  и  $\vec{R}_C$ , скорости перемещения — векторами  $\vec{V}_0$  и  $\vec{V}_C$ .

При этих условиях общие формулы для релятивистского расхождения временных шкал  $\Delta\tau_p$  и релятивистского расхождения частот задающих генераторов  $\Delta f_p$  базовых и спутниковых часов имеют вид [9]:

$$\Delta\tau_p = \tau_c - \tau_0 = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left( \frac{\theta_c}{\theta_0} - 1 \right) d\tau = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\Delta f_p}{f_0} d\tau, \quad \frac{\Delta f_p}{f_0} = \frac{f_c - f_0}{f_0} = \frac{\theta_c}{\theta_0} - 1, \quad (1)$$

где  $\tau_1, \tau_2$  — моменты начала и окончания интервала интегрирования по шкале  $\tau$ ;  $\theta_0, \theta_c$  — коэффициенты преобразования шкал собственного времени базовых и спутниковых часов относительно координатного времени  $t_{TCG} = t$ , которые в системе ICRS определяются соотношениями, соответственно:

$$\theta_0 = 1 - \frac{\varphi_0}{c^2} - \frac{V_0^2}{2c^2}, \quad \theta_c = 1 - \frac{\varphi_c}{c^2} - \frac{V_c^2}{2c^2} \quad (2)$$

Через входящие сюда потенциалы в точках размещения наземных часов  $\varphi_0$  и спутниковых часов  $\varphi_c$  можно учесть неоднородность поля Земли и возмущающие поля Луны и Солнца, а через линейную скорость  $V_0$  наземных часов в ICRS можно учесть неравномерность вращения Земли. При этом скорость и квадрат скорости часов определяются формулами (индекс 0 опускаем):

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2, \quad (3)$$

где  $V_x = \Omega_y z - \Omega_z y$ ;  $V_y = \Omega_z x - \Omega_x z$ ;  $V_z = \Omega_x y - \Omega_y x$ ;  $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$  — составляющие линейной и угловой скорости движения наземных часов;  $x, y, z$  — текущие координаты наземных часов.

### Оценка величины наибольших составляющих релятивистского смещения шкал времени часов «Земля–спутник»

Наиболее приемлемая формула для определения главных и наибольших взаимных смещений шкал времени наземных и космических часов на круговой орбите предложена в работе [6]. Она учитывает высоту и эллиптичность круговой орбиты, а также влияние второй зональной гармоники потенциала ГПЗ. Ее можно сделать еще более удобной для практического применения, если учесть ортометрическую высоту наземных часов над поверхностью геоида  $H_{\text{орт}}$  [3] и ввести в рассмотрение разность значения полуоси фактической орбиты навигационного спутника  $a$  и значения средней полуоси  $a_0$  системы навигационных спутников  $\Delta a = a - a_0$ . В результате главная составляющая релятивистского смещения бортовых и наземных часов ГНСС (ГЛОНАСС, GPS, GALILEO) с учетом членов, превышающих  $10^{-15}$ , принимает вид [9]:

$$\Delta\tau_p = \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{c^2} \left( \varphi_G - \frac{3\mu_e}{2a_0} \right) + \frac{3\mu_e}{2c^2 a_0^2} \Delta a - \frac{g_0 H_{\text{орт}}}{c^2} - \\ & - \frac{7\mu_e R_e J_2}{2c^2 a^3} \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \end{aligned} \right] (\tau - \tau_H) + \Delta\tau_p^{\text{эл}}, \quad (4)$$

где  $J_2$  — коэффициент при второй зональной гармонике потенциала;  $\mu_e$  — геоцентрическая гравитационная постоянная;  $\varphi_G$  — потенциал на поверхности геоида (величина постоянная);  $\tau_H$  — момент синхронизации;  $i$  — наклонение орбиты;  $R_e$  — экваториальный радиус Земли;  $\Delta\tau_p^{\text{эл}}$  — переменное, т. н. «эллиптическое» релятивистское смещение, определяемое эксцентриситетом орбиты  $e$ .

Первое слагаемое в квадратных скобках определяет линейно изменяющееся релятивистское смещение, компенсируемое во всех типах ГНСС путем искусственного введения постоянной корректирующей частотной подставки с обратным знаком. Для ГЛОНАСС и GPS ее относительное значение составляет, соответственно,  $-4.36 \cdot 10^{-10}$  и  $-4.4647 \cdot 10^{-10}$ .

Эллиптическую составляющую  $\Delta\tau_p^{\text{эл}}$  можно представить в нескольких совершенно равнозначных формах, каждая из которых удобна во вполне определенных практических ситуациях [6, 9]:

$$\begin{aligned}\Delta\tau_p^{\text{эл}} &= -\frac{4\sqrt{\mu_e a_0}}{c^2} \sum_{k=1}^6 \frac{J_k(ke)}{k} [\sin k\Omega_{c0}(\tau - \tau_{\Pi}) - \sin k\Omega_{c0}(\tau_H - \tau_{\Pi})] = \\ &= -\frac{2\sqrt{\mu_e a}}{c^2} e(\sin E - \sin E_H) = -\frac{2\vec{R}_c \vec{V}_c}{c^2} = -\frac{2}{c^2} (XV_x + YV_y + ZV_z)_c,\end{aligned}\quad (5)$$

где  $J_k$  — функция Бесселя;  $\Omega_{c0}$  — среднее движение НКА;  $E$  — эксцентрическая аномалия НКА;  $\vec{R}_c, \vec{V}_c$  — текущий радиус-вектор и вектор скорости НКА;  $\tau_{\Pi}$  — момент прохождения точки перигея.

Формула (4) вместе с формулой (5) может быть основой для расчета релятивистских смещений временных шкал в системе «борт–Земля» ГНСС с относительной погрешностью до  $10^{-15}$ .

#### *Параметры неравномерности вращения Земли*

Следуя [10], вектор угловой скорости неравномерно вращающейся Земли в небесной геоцентрической земной системе координат ICRS представим в виде:

$$\vec{\Omega} = i\Omega_x + j\Omega_y + k\Omega_z, \quad \Omega_z = \Omega_0 + \Delta\Omega_z, \quad (6)$$

где  $\Omega_0 = 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$  — номинальное (среднее) значение модуля угловой скорости Земли;  $\Delta\Omega_z$  — отклонение угловой скорости от номинального значения (девиация), характеризующее неравномерность суточного вращения Земли.

Данные о текущих значениях угловой скорости вращения Земли регулярно вычисляются по результатам инструментальных наблюдений, выполненных Государственной службой времени, частоты и определения параметров вращения Земли (ГСВЧ) России и национальными лабораториями других государств. Они публикуются в специальных бюллетенях [11]. В целом, вариации модуля угловой скорости  $\Delta\Omega_z$  содержат линейную по времени часть, а также годовую и полугодовую волны. Например, в течение 2013 г. значения относительного отклонения угловой скорости Земли  $\Delta\Omega_z / \Omega_0$  находились в пределах  $(-187 \div -30) \cdot 10^{-10} \text{ с}^{-1}$ . Помимо указанной вариации угловой скоро-

сти, неравномерность вращения Земли относительно небесной системы координат ICRS характеризуется угловой скоростью прецессии  $\Omega^{PP}$ , угловой скоростью нутации оси вращения Земли  $\Omega^H$ , а также угловой скоростью конусообразующего движения линии полюсов Земли вокруг её оси вращения  $\Omega^H$  [12, 13]. Вычисления составляющих угловой скорости Земли (6) по осям дает следующие результаты [10]:

$$\Omega_x = \Omega_x^H + \Omega_x^H, \quad \Omega_y = \Omega_y^{PP} + \Omega_y^H + \Omega_y^H, \quad \Omega_z = \Omega_0 + \Delta\Omega_z + \Omega_z^{PP}, \quad (7)$$

где:

$$\Omega_x^{PP} = 0, \quad \Omega_y^{PP} \approx -\mathcal{G}_{PP} \sin \varepsilon \approx -3.2 \cdot 10^{-12} \text{ c}^{-1}, \quad \Omega_z^{PP} \approx \mathcal{G}_{PP} \cos \varepsilon \approx 6.3 \cdot 10^{-12} \text{ c}^{-1}, \quad (8)$$

$\varepsilon \approx 23.4^\circ$  — средний наклон эклиптики к экватору; прецессия  $\mathcal{G}_{PP} \approx 50''/\text{год}$  ( $2.5 \cdot 10^{-4}$  рад/год);

$$\Omega_x^H \approx \Omega_0 \sin \mathcal{G}_H \cos \Phi_H \approx \Omega_0 \mathcal{G}_H \cos \Phi_H, \quad \Omega_y^H \approx \Omega_0 \sin \mathcal{G}_H \sin \Phi_H \approx \Omega_0 \mathcal{G}_H \sin \Phi_H, \quad (9)$$

$$\Omega_z^H \approx 0,$$

где  $\Phi_H = 2\pi\tau_0/T_H - \varphi_H$  — полная фаза нутации;  $T_H, \varphi_H$  — период и начальная фаза нутации. Поскольку  $\mathcal{G}_H \approx 10''$  ( $\sim 5 \cdot 10^{-5}$  рад) [12], амплитуда составляющих угловой скорости нутации по осям  $OX, OY$  не превышает  $(\Omega_x^H, \Omega_y^H)_{\max} \approx 3.7 \cdot 10^{-9} \text{ c}^{-1}$ ;

$$\Omega_x^H \approx \Omega_0 \mathcal{G}_H \cos \Phi_H, \quad \Omega_y^H \approx \Omega_0 \mathcal{G}_H \sin \Phi_H, \quad \Omega_z^H \approx 0, \quad (10)$$

где  $\Phi_H = 2\pi\tau_0/T_H - \varphi_H$  — полная фаза колебания полюса;  $T_H, \varphi_H$  — период и начальная фаза колебания полюса. Амплитуда угловых скоростей по осям вследствие «качания» полюсов достигает  $1.8 \cdot 10^{-10} \text{ c}^{-1}$ .

#### *Релятивистские смещения времени и частоты вследствие неравномерности вращения Земли*

На основании исходных соотношений (1)–(3) выражение для смещений времени и частоты задающего генератора  $\Delta f_0^\Omega$  наземных часов, вызванных неравномерностью вращения Земли получаем в виде:

$$\Delta\tau_0^\Omega = \int_{\tau_0} \frac{\Delta f_0^\Omega}{f_0} d\tau_0 = \int_{\tau_0} \frac{1}{f_0} \sum_{j=1}^3 \delta f_{0j}^\Omega d\tau_0, \quad (11)$$

где

$$\frac{\delta f_{01}^{\Omega}}{f_0} = -\frac{\Omega_0 \Omega_y}{c^2} y_0 z_0; \quad \frac{\delta f_{02}^{\Omega}}{f_0} = -\frac{\Omega_0 \Omega_x}{c^2} x_0 z_0; \quad \frac{\delta f_{03}^{\Omega}}{f_0} = \frac{\Omega_0}{c^2} (\Delta \Omega_z + \Omega_z^{PP}) (x_0^2 + y_0^2), \quad (12)$$

а составляющие угловой скорости Земли по осям  $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$  определяются формулами (7)–(10).

Представим первое из выражений (12) для наземных часов в виде

$$\frac{\Delta f_{01}^{\Omega}}{f_0} = -\frac{\Omega_0 R_e^2}{c^2} (\Omega_y^{PP} + \Omega_y^H + \Omega_y^{\Pi}) \sin 2\psi_0 \sin(\Omega_0 \tau + \lambda_0),$$

где  $\psi_0, \lambda_0$  — географические координаты часов. Амплитуды колебаний частоты в зависимости от разных причин следующие: по нутации —  $1.2 \cdot 10^{-16}$ ; по отклонению полюсов —  $0.6 \cdot 10^{-17}$ ; по прецессии —  $1 \cdot 10^{-19}$ . Эти эффекты имеют суточный период колебания и их амплитуда максимальна при размещении часов на широте  $45^\circ$ .

Соответствующее смещение шкалы времени этих же часов, согласно (1), определяется соотношением:

$$\Delta \tau_{01}^{\Omega} = -\frac{R_e^2}{c^2} (\Omega_y^H + \Omega_y^{\Pi} + \Omega_y^{PP}) \sin 2\psi_0 \cos(\Omega_0 \tau + \lambda_0).$$

Оценка амплитуды периодических суточных эффектов, определяемых этой формулой, составляет: по нутации — 16.4 пс; по отклонению полюсов — 8 пс; по прецессии —  $1.4 \cdot 10^{-3}$  пс.

Поступая аналогично, находим для второй составляющей (12), определяющей влияние составляющей  $\Omega_x$  :

$$\frac{\delta f_{02}^{\Omega}}{f_0} = -\frac{\Omega_0 R_e^2}{c^2} (\Omega_x^H + \Omega_x^{\Pi}) \sin 2\psi_0 \sin(\Omega_0 \tau + \lambda_0)$$

$$\Delta \tau_{02}^{\Omega} = -\frac{R_e^2}{c^2} (\Omega_x^H + \Omega_x^{\Pi}) \sin 2\psi_0 \cos(\Omega_0 \tau + \lambda_0).$$

Таким образом, без учета очень малого эффекта прецессии получаем:  $\Delta \tau_{01}^{\Omega} = \Delta \tau_{02}^{\Omega}$ , что означает, что оценки величин частотных и временных смещений аналогичны влиянию  $\Omega_y$ .

Наконец, неравномерность вращения Земли вокруг оси  $OZ$  (третья формула (12)) вызывает релятивистские смещения относительной величиной около  $10^{-20}$ , что несущественно.

*Приливные релятивистские смещения частоты и времени наземных часов*

Частотное смещение наземных часов, вызванное Лунно-Солнечными приливами, определяется упругими свойствами Земного шара. На его поверхности приливные гравитационные потенциалы Луны и Солнца ослабляются в  $\gamma$  раз [3,9]:

$$\gamma = 1 + k - h,$$

где  $h = 0.5$  (первое число Лява),  $k = 0.2$  (второе число Лява). При этих значениях чисел Лява имеем  $\gamma \approx 0.7$ . Исследования показали, что приливные изменения частоты наземного СЧВ имеют периодический характер, включающий суточную и полусуточную составляющие, а также полугодовую составляющую для Солнца и полумесячную для Луны. Амплитуды суточного и полусуточного колебаний относительного значения релятивистского смещения частоты одинаковы и составляют для Луны  $4 \cdot 10^{-17}$ , для Солнца —  $1.8 \cdot 10^{-17}$ . Максимальные значения длиннопериодических смещений частоты составляют: для Луны —  $3 \cdot 10^{-17}$ , для Солнца —  $1.4 \cdot 10^{-17}$ . Соответствующий набег релятивистского приливного смещения шкалы времени для Солнца на интервале около 40 суток (примерно четверть периода) превышает 40 пс, для Луны на интервале в трое суток достигает 10 пс.

*Приливные релятивистские смещения частоты и времени спутниковых часов*

Исследования, проведенные одним из авторов [9], показали, что приливный частотный сдвиг бортового генератора спутниковых часов на круговой орбите имеет постоянную составляющую и периодическую с удвоенной частотой относительно частоты обращения по орбите. Соответственно, приливный релятивистский сдвиг бортовой шкалы времени имеет линейную составляющую и периодическую с периодом вдвое меньшим периода обращения спутника по орбите (т. е. 6 часов).

Относительное значение постоянной составляющей приливного релятивистского смещения частоты бортового генератора для часов, движущихся по геостационарной орбите, для Луны и Солнца составляют, соответственно:  $\Delta f_M^{\text{ГСО}} \approx 1.4 \cdot 10^{-15}$ ;  $\Delta f_S^{\text{ГСО}} \approx 0.5 \cdot 10^{-15}$ . Соответствующий линейный суточный сдвиг шкалы времени, вызванный влиянием приливных потенциалов Луны и Солнца, достигает 40 пс и



15 пс, соответственно. В полнолуние и новолуние эффекты складываются.

Для спутников ГЛОНАСС при тех же условиях имеем:  $\Delta f_M^{\text{ГЛОН}} = 5 \cdot 10^{-16}$ ;  $\Delta f_S^{\text{ГЛОН}} = 1.7 \cdot 10^{-16}$ . Суточный линейный релятивистский приливный набег бортовой шкалы времени достигает, соответственно, 12 пс и 5 пс.

### **Обобщенная формула для учета релятивистских эффектов, вызванных возмущениями круговой орбиты спутника**

Полученная выше усовершенствованная формула (4) с учетом формулы (5) может с успехом применяться для расчета релятивистских эффектов в ГНСС ГЛОНАСС/GPS, величина которых превышает  $10^{-15}$ . При размещении на борту спутника стандарта частоты и времени с более высокой стабильностью, чем сейчас (например,  $10^{-16} - 10^{-17}$ ), встает задача учета малых, или «тонких», релятивистских эффектов, которые должны быть помещены в правую часть формулы (4). Возмущающих факторов, вызывающих изменение орбиты спутника и, соответственно, дополнительные релятивистские эффекты, достаточно много [14]. К этим факторам относятся поля Луны и Солнца, давление Солнечной радиации, давление радиации Земли, сопротивление остаточной атмосферы и др.

Учесть дополнительные релятивистские эффекты, возникающие вследствие искажения круговой орбиты, можно путем простого преобразования формулы (4) к виду, содержащему текущий радиус-вектор и вектор скорости спутника  $\vec{\rho}_c, \vec{V}_c$ :

$$\begin{aligned} \delta\tau_{\text{rel}} = & \frac{1}{c^2} \left[ \left( \varphi_G - \frac{3\mu_e}{2a_0} \right) - g_0 H_{\text{опт}} - \frac{\mu_e R_e^2 J_2}{2a_0^3} \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \right] (\tau_H - \tau_H) + \\ & + \frac{1}{c^2} \int_{\tau_H}^{\tau} \left( \frac{3\mu_e}{2a_0^2} - \frac{\mu_e}{\rho_c} - \frac{V_c}{2} \right) d\tau + \Delta\tau_{\text{MS}} + \Delta\tau^n, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\Delta\tau_{\text{MS}}$  — релятивистский приливный сдвиг времени, вызванный гравитационными полями Луны и Солнца;  $\Delta\tau^n$  — гравитационный сдвиг, вызванный гармониками потенциала Земли высших порядков. Эти смещения выражаются строгими формулами.

Вычисление смещения (13) основано на численном интегрировании переменных релятивистских эффектов по результатам определения текущих орбитальных параметров НКА.

Вычисления дополнительного релятивистского смещения бортового времени по искажениям орбиты, учитываемых формулой (13) по отношению к формуле (4), производились для НКА ГЛОНАСС № 23 на эпоху 20–21 октября 2016 г. Источник эфемеридной информации: информация ИАЦ КВНО. Исходные данные для моделирования: период обращения спутника по орбите  $T_{\text{обор}} = 40543.84$  с; большая полуось орбиты  $a_0 = 25495600$  м; наклонение орбиты  $i = 64.7761^\circ$ ; эксцентриситет  $e = 0.00361$ . Разность расчетных значений релятивистских эффектов представлена в виде графика на рис. 1.

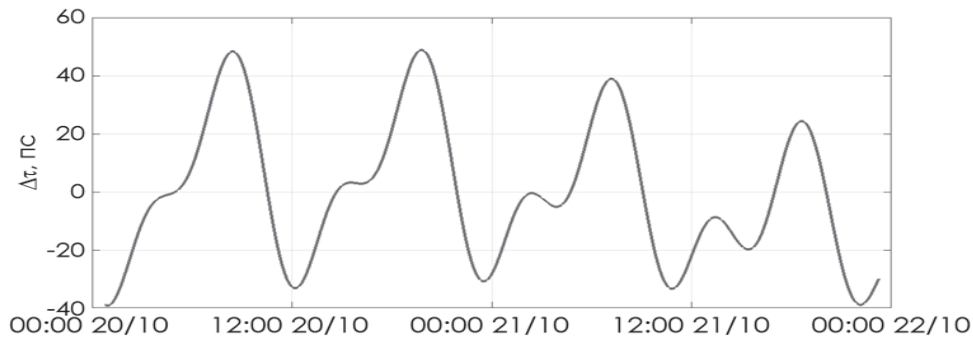


Рис. 1. Дополнительные релятивистские смещения времени в системе «борт–Земля», учитываемые формулой (9) относительно формулы (3)

Из этого графика следует, что дополнительные релятивистские эффекты, вызванные влиянием совокупности трудно учитываемых возмущающих факторов, достигают величины  $\pm (40\text{--}50)$  пс и имеют периодические составляющие с периодом 12 и 6 часов. Причинами их могут быть давление Солнца, искажения орбит вследствие приливов, «эллиптические» эффекты, определяемые высшими степенями эксцентриситета в формуле (5) и др.

### Выводы

1. Релятивистское расхождение бортовой шкалы времени ГНСС и наземной шкалы времени ЦС, рассчитанное по формуле (4) совместно с формулами (5), позволяет учитывать эллиптичность орбиты, разность значений полуоси фактической орбиты и средней полуоси орбит системы навигационных спутников, влияние второй зональной гармоники потенциала, а также разность ортометрических высот геоида и Центрального синхронизатора в точке его размещения. Эта формула

обеспечивает относительную погрешность расчета релятивистских эффектов около  $10^{-15}$ .

2. Величина релятивистских эффектов в наземных атомных часах, вызванных неравномерностью вращения Земли, достигает из-за нутации — 16.4 пс; из-за отклонения полюсов — 8 пс.

3. Величина приливного релятивистского смещения для наземных часов находится в интервале  $(1.4-4.0) \cdot 10^{-17}$ , а колебания этого смещения имеют составляющие с периодами полгода, полмесяца, сутки и 12 часов.

4. Относительная величина постоянной частотной составляющей приливного эффекта для спутников ГЛОНАСС, вызванная влиянием Луны и Солнца, составляет, соответственно,  $5 \cdot 10^{-16}$  и  $1,7 \cdot 10^{-16}$ . Суточный релятивистский уход времени составляет 43 пс и 15 пс, соответственно.

5. Модельный расчет по обобщенной формуле (13) позволяет дополнительно учесть влияние множества факторов, искажающих круговую орбиту НКА и, соответственно, дополнительные релятивистские эффекты. При этом учитываются как эффекты линейного смещения шкал времени, так и периодические смещения с периодами 12 и 6 часов. Точность учета эффектов составляет несколько пикосекунд в сутки, что соответствует относительной погрешности менее  $10^{-16}$ .

Предложенные аналитические выражения целесообразно использовать для повышения точности расчета частотно-временных поправок бортовых шкал ГНСС, а также при обосновании и проведении релятивистских космических экспериментов на основе СЧВ с нестабильностью  $10^{-16}$  и лучше.

## Литература

1. *Cacciapuoti L., Salomon C.* Atomic Clock Ensemble in Space // International Symposium on Physical Sciences in Space, Journal of Physics: Conference Series, 2011. — Vol. 327. — P. 012049, doi:10.1088/1742-6596/327/1/012049.

2. *Тайченачев А. В., Юдин В. И., Багаев С. Н.* Сверхточные оптические стандарты частоты на ультрахолодных атомах // Успехи физических наук, 2016, Том 186, № 2. — С. 193–205.

3. *Wolf P., Petit G.* Relativistic theory for clock syntonisation and the realization of the geocentric coordinate times // Astron. Astrophys. — 1995. — Vol. 304. — P. 653–661.

4. *Petit G., Wolf P.* Relativistic theory for time comparisons: a review // Metrologia, 2005. — Vol. 42. — P. S138–S144.

5. Nelson R. A. Relativistic time transfer in the vicinity of the Earth and in the solar system // *Metrologia*, 2011. — Vol. 48, Is. 4. — P. S171–S180, (<http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0026-1394/48/4/S07/meta>).

6. Ashby N. Relativity in the Global Positioning System // *Living Reviews in Relativity*. — 2003. — Vol. 6. — P. 1–42.

7. Sazhin M. V., et al. RadioAstron: relativistic frequency change and time-scale shift // *Astronomy Reports*, 2010. — Vol. 54, Is. 11. — P. 959–973 (<https://doi.org/10.1134/S1063772910110016>).

8. Vlasov I. Yu., et al. Signal delay in the RadioAstron ground-space interferometer // *Astronomy Reports*, 2012. — Vol. 56, Is. 12. — P. 984–987 (<https://doi.org/10.1134/S1063772912120086>).

9. Фатеев В. Ф. Релятивистская метрология околоземного пространства-времени. — Монография. — Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2017. — 439 с.

10. Fateev V. F., Kopeikin S. M. & Pasynok S. L. Effect of Irregularities in the Earth's Rotation on Relativistic Shifts in Frequency and Time of Earthbound Atomic Clocks // *Measurement Techniques*. September 2015. — Vol. 58, Is. 6. — P. 647–654.

11. Всемирное время и координаты полюса. Бюллетень Е ГСВЧ. — № 153–156. — С. 6.

12. Абалакин В. К., Аксенов Е. П. и др. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. — М.: Наука, 1971.

13. Petit G., Luzum B. (eds.). IERS Conventions 2010 // *IERS Technical*. — Note 32. — 2010.

14. Микрин Е. А. и др. Высокоточный прогноз орбит космических аппаратов, анализ влияния различных возмущающих факторов на движение низкоорбитальных и высокоорбитальных КА // *Материалы XXI Санкт-Петербургской Международной конференции по интегрированным навигационным системам*. — ГНЦ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». — 2014. — С. 77–78.

15. Müller J., Dirkx D., Kopeikin S. M. et al. High performance clocks and gravity field determination // *Space Sci. Rev.* — 2018. — 214: 5, [doi.org/10.1007/s11214-017-0431-z](https://doi.org/10.1007/s11214-017-0431-z).

## **High-Precision Definition of Relativistic Effects of Frequency and Time Offset in the Atomic Clock System «Earth-Satellite»**

**V. F. Fateev, E. A. Rybakov**

The results of the investigation of the relativistic effects of time and frequency scale shifts are presented for the system of two atomic clocks, one of them are located on the Earth and another one is on the satellite. The influence of disturbing factors such as zonal harmonics of the Earth's non-uniform gravitational field, the influence of the Moon and Sun fields

on terrestrial and satellite clocks, the unevenness of the Earth's rotation, and other perturbing factors distorting the satellite's circular orbit are taken into account. Relativistic increase in the length of the orbit is considered for the GLONASS and GOCE satellites. The results of modeling the relativistic mismatches of time scales are presented with allowance for perturbing factors.

**Keywords:** relativistic effects, standard of time and frequency, non-uniform gravitational field of the Earth, fields of Moon and Sun, circular orbit.