

Обобщенный метод треуголки и его применение для построения пульсарной шкалы времени

© А. Е. Родин, В. А. Фёдорова

ПРАО ФИАН, г. Пуццино, Россия

Реферат

Пульсарная шкала является долговременной, единой, воспроизводимой и неуничтожимой для всех наблюдателей на Земле. Пульсары находятся вне Солнечной системы, поэтому они предоставляют единственную возможность независимой проверки шкал земного атомного времени, что невозможно при сравнении между собой только земных часов. Именно в этом, по мнению авторов статьи, видится главная ценность пульсарной шкалы времени.

Работа посвящена методу отбора реперных пульсаров и построению высокостабильной и независимой от земных условий пульсарной шкалы времени. На основе данных пульсарного тайминга из проекта NANOGrav (North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves), предназначенного для поиска низкочастотного гравитационно-волнового фона, была решена задача составления рейтинга, выбора реперных пульсаров и построения на их основе групповой пульсарной шкалы времени. Специально для этого был разработан новый метод, так называемый «обобщенный метод треуголки», сочетающий два подхода: 1) попарное сравнение хода индивидуальных пульсарных шкал; 2) построение групповых шкал на разных подвыборках трёх пульсаров и сравнение хода полученных шкал между собой. Разработанный метод позволяет выявлять пульсары, обладающие худшей стабильностью на длительных интервалах. Ход полученной групповой пульсарной шкалы в пределах погрешности $\sigma_{\text{ept}} = 0.077$ мкс совпадает с ходом шкалы TT(BIPM2017), относительная нестабильность на интервале 12 лет оценивается на уровне $\sigma_z = (1.0 \pm 0.9) \cdot 10^{-16}$. На основе величины относительной нестабильности получен верхний предел на относительную плотность энергии стохастического гравитационно-волнового фона, возникшего в ранней Вселенной, на уровне $\Omega_g h^2 = 10^{-13}$ на частоте 2.6×10^{-10} Гц. Верхний предел амплитуды вариаций переменного гравитационного потенциала оценивается величиной $\Psi_c \sim 10^{-16}$ на той же частоте. Полученная разработанным в статье обобщенным методом треуголки величина относительной нестабильности групповой пульсарной шкалы является минимальной на момент написания статьи. Её дальнейшее улучшение связано с кардинальным улучшением точности хронометрирования.

Ключевые слова: астрономические шкалы времени, относительная нестабильность, методы усреднения шкал, пульсары, гравитационно-волновой фон, осцилляции гравитационного потенциала.

Контакты для связи: Родин Александр Евгеньевич (rodin@prao.ru).

Для цитирования: Родин А. Е., Фёдорова В. А. Обобщенный метод треуголки и его применение для построения пульсарной шкалы времени // Труды ИПА РАН. 2022. Вып. 62. С. 21–28.

<https://doi.org/10.32876/ApplAstron.62.21-28>

Generalized Three-Cornered Hat Method and Its Application for the Construction of Pulsar Time Scale

A. E. Rodin, V. A. Fedorova

Pushchino Radio Astronomy Observatory of the P. N. Lebedev Physical Institute, Pushchino, Russia

Abstract

The pulsar scale is long-term, uniform, reproducible and indestructible for all observers on Earth. Pulsars are located outside the Solar System, so they provide the only way to independently verify the scales of the Earth's atomic time, which is impossible when comparing only the Earth's clocks with each other. This, according to the authors of the article, is the main value of the pulsar time scale.

The work is devoted to the method of selection of reference pulsars and the construction of a highly stable pulsar time scale independent of terrestrial conditions. Based on pulsar timing data from the NANOGrav (North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves) project, designed to search for a low-frequency gravitational-wave background, the task of rating and selecting reference pulsars and constructing an ensemble pulsar time scale was solved. Specifically for this purpose, a new method was developed, the so-called “generalized three cornered hat method”, combining two approaches: 1) pairwise comparison of the course of individual pulsar scales, 2) construction of group scales on different subsamples of three pulsars and comparison of the course of the obtained scales among themselves. The developed method makes it possible to identify pulsars with worse stability at long intervals. The course of the obtained group pulsar scale within the error range $\sigma_{\text{ept}} = 0.077$ microseconds coincides with the course of the TT (BIPM2017) scale. The

fractional instability over the interval of 12 years is estimated at the level $\sigma_z = (1.0 \pm 0.9) \cdot 10^{-16}$. Based on the magnitude of fractional instability, an upper limit on the fractional energy density of the stochastic gravitational-wave background $\Omega_g h^2$ that arose in the early Universe at the level of 10^{-13} is obtained on the frequency 2.6×10^{-10} Hz. The upper limit of the variations amplitude of the variable gravitational potential is estimated to be $\Psi_c \sim 10^{-16}$ at the same frequency. The value of the fractional instability of the ensemble scale obtained in the paper is minimal at the time of writing the article. Its further improvement is associated with a drastic improvement in the accuracy of timing.

Keywords: astronomical time scales, fractional instability, scale averaging methods, pulsars, gravitational-wave background, gravitational potential oscillations.

Contacts: Alexander E. Rodin (rodin@prao.ru).

For citation: Rodin A. E., Fedorova V. A. Generalized three-cornered hat method and its application for the construction of pulsar time scale // Transactions of IAA RAS. 2022. Vol. 62. P. 21–28.

<https://doi.org/10.32876/AplAstron.62.21-28>

Введение

Тайминг пульсаров позволяет проводить исследования в совершенно различных областях физики и астрономии: релятивистской астрофизике, космологии, теории космических струн, эволюции планетных систем, строении нейтронных звезд, фундаментальной метрологии ([Сажин, 1978](#); [Detweiler, 1979](#); [Родин, 2019](#); [Kramer et al., 2021](#); [Lazarides et al., 2021](#)). Отдельное направление в пульсарном тайминге занимает обнаружение общего коррелированного сигнала в данных хронометрирования, который, как полагают, может быть вызван низкочастотным гравитационно-волновым фоном ([Родин, 2011](#); [Chen et al., 2021](#)).

Вскоре после открытия пульсаров стало очевидно, что высокая регулярность следования пульсарных импульсов позволяет строить на их основе независимую астрономическую шкалу времени. Открытие и последующие наблюдения первого миллисекундного пульсара ([Backer et al., 1982](#)) показали, что новая астрономическая шкала времени по стабильности может конкурировать с земными атомными шкалами ([Matsakis et al., 1997](#); [Rodin, 2008](#); [Hobbs et al., 2020](#)).

В данной статье показано, как наблюдения группы миллисекундных пульсаров можно объединить для построения независимой барицентрической шкалы времени, по стабильности сравнимой с лучшими атомными шкалами на относительно длительных промежутках времени 10–15 лет.

Пульсарная шкала является долговременной, единой, воспроизводимой и неуничтожимой для всех наблюдателей на Земле. Длительное время существования пульсаров (10^8 лет) позволяет сравнивать между собой реализации земного атомного времени за различные годы. Пульсары находятся вне Солнечной системы, поэтому они предоставляют единственную возможность независимой проверки шкал земного атомного времени, что невозможно при сравнении между собой только земных часов. Именно в этом, по мнению авторов, видится главная ценность пульсарной шкалы времени.

Поскольку существует достаточное количество высокостабильных миллисекундных пульсаров, на основе которых можно строить различные реализации пульсарной шкалы, то неизбежно возникает вопрос критериев их сравнения и отбора вместе с задачей последующего усреднения для получения более стабильной групповой шкалы.

В метрологии давно известен так называемый метод треуголки, который заключается в попарном сравнении хода часов друг относительно друга ([Vernotte et al., 2016](#)). Если разность хода относительно определенных часов в группе показывает повышенные вариации, то очевидно, что вариации вызваны именно этими часами. Таким образом, можно «плохие» часы либо исключить из усреднения шкал, либо приписать им минимальный вес.

В случае если используется более трех часов, то необходимо использовать обобщенный метод треуголки. Подходы могут быть разные. Первый прямолинейный подход — это также вычислить и проанализировать попарные разности, коих будет $N(N-1)/2$, где N — число пульсаров. Второй подход более сложный и заключается в формировании как можно большего количества реализаций групповых пульсарных шкал на основе имеющегося количества реперных пульсаров и вычислении фазовых вариаций индивидуальных пульсаров относительно этих групповых шкал. На основе среднеквадратичного отклонения пульсара от групповой шкалы этому пульсару присваивается соответствующий вес для последующего формирования окончательной групповой шкалы.

Вычисление рейтинга пульсаров для построения групповой шкалы времени является первой целью этой статьи. Второй целью является построение как можно более точной групповой пульсарной шкалы и вычисление её погрешности на основе набора шкал, сформированных на основе подмножества пульсаров.

В качестве наблюдательных данных использованы ежемесячные наблюдения пульсаров, полученные в рамках североамериканского проекта

Таблица

Параметры четырнадцати миллисекундных пульсаров

Имя пульсара	СКО, мкс	C_3 , 10^{-13} мкс/год ³	σ_{psr} , мкс	Вес
B1855 + 09	0.916	1.7156		
B1937 + 21	0.897	0.24356		
J0030 + 0451	0.880	1.1359	0.481	0.036
J0613 – 0200	0.515	2.3391	0.308	0.089
J1012 + 5307	1.210	14.177		
J1455 – 3330	2.798	41.505		
J1640 + 2224	0.526	–10.695		
J1643 – 1224	2.509	3.4606		
J1713 + 0747	0.152	2.6150	0.138	0.441
J1744 – 1134	0.581	13.265		
J1909 – 3744	0.226	–1.7227	0.218	0.177
J1918 – 0642	0.625	–7.0525	0.248	0.136
J2145 – 0750	0.978	8.6947		
J2317 + 1439	0.427	1.0343	0.265	0.120

Примечание. Жирным выделены пульсары, отобранные для групповой шкалы. СКО — величина СКО после квадратичной подгонки и исключения выбросов, C_3 — коэффициент при кубическом члене остаточных отклонений МПИ пульсаров, σ_{psr} — шум хронометрирования пульсара без вклада шкалы времени, полученный обобщенным методом треуголки путем решения системы уравнений (2), вес рассчитывался как величина $\sim 1/\sigma_{\text{psr}}^2$.

NANOgrav ([NANOGrav Telescope data: Arzoumanian et al., 2018](#)), задуманного для поиска низкочастотного стохастического гравитационно-волнового фона, возникшего в ранней Вселенной. Пульсары со склонениями $0^\circ < \delta < 39^\circ$ наблюдались на 305-метровом радиотелескопе Аресибо на двух из возможных четырех частот: 327 МГц, 430 МГц, 1.4 ГГц и 2.3 ГГц, остальные пульсары наблюдались на 100-метровом радиотелескопе обсерватории Грин-Бэнк (бывшая NRAO) на частотах 820 и 1400 МГц. Два пульсара PSRs J1713+0747 и B1937+21 наблюдались в обеих обсерваториях.

В разделе «Обработка данных» рассказано о критериях предварительного отбора пульсаров для групповой шкалы и подготовке данных для использования в алгоритме. В разделе «Математический аппарат» описаны обобщенный метод треуголки и алгоритм формирования групповой шкалы на основе оптимальных винеровских фильтров. И в части «Результаты» представлена информация об астрофизических приложениях групповой пульсарной шкалы.

Обработка данных

В качестве исходных данных использовались усредненные на интервале сутки остаточные отклонения моментов прихода импульсов (МПИ) 47 миллисекундных пульсаров, наблюдавшихся по

программе NANOgrav. Так как поведение пульсарной шкалы времени представляет интерес на как можно более длительных интервалах времени, то из 47 пульсаров были отобраны четырнадцать, интервал наблюдения которых был длиннее 4000 суток. Список этих пульсаров приведен в таблице. Остаточные отклонения МПИ после квадратичной подгонки показаны на рис. 1. Коэффициент C_3 , приведенный в таблице, имеет смысл второй производной вращательной частоты и вычислен путем вписывания полинома третьей степени в остаточные отклонения:

$$\varphi = C_1(t - t_0) + C_2(t - t_0)^2 + C_3(t - t_0)^3,$$

где t_0 — эпоха вращательных параметров.

Хотя в статье Арзуманяна ([Arzoumanian et al., 2018](#)) довольно подробно описаны причины появления выбросов и критерии их удаления, простой визуальный анализ временных рядов показал, что выбросы в остаточных отклонениях все-таки остались и их необходимо исключить из дальнейшего анализа. Поэтому на следующем шаге из наблюдений удалялись остаточные отклонения, которые превышали 3σ , где σ — СКО временного ряда.

Некоторые пульсары показывают повышенный уровень низкочастотного коррелированного шума, например, PSR B1937+21 и J1643–1224. Очевидно, что такое поведение к шкале не имеет

никакого отношения, а относится именно к самому пульсару. Также некоторым пульсарам присущ повышенный уровень белого шума, как, например у PSR J1455–3330, который сильно затрудняет последующее формирование групповой шкалы. Поэтому следующим этапом было исключение пульсаров с $\text{СКО} > 0.8$ мкс или $|\dot{C}_3| > 10^{-12}$ мкс/год³.

Оставшиеся шесть пульсаров выделены в таблице жирным шрифтом.

Далее для выполнения операций последующего сравнения и усреднения ряды данных усреднялись на интервале 30 дней, пробелы заполнялись линейной интерполяцией. В таком виде данные использовались для вычисления весов пульсаров и построения групповой шкалы.

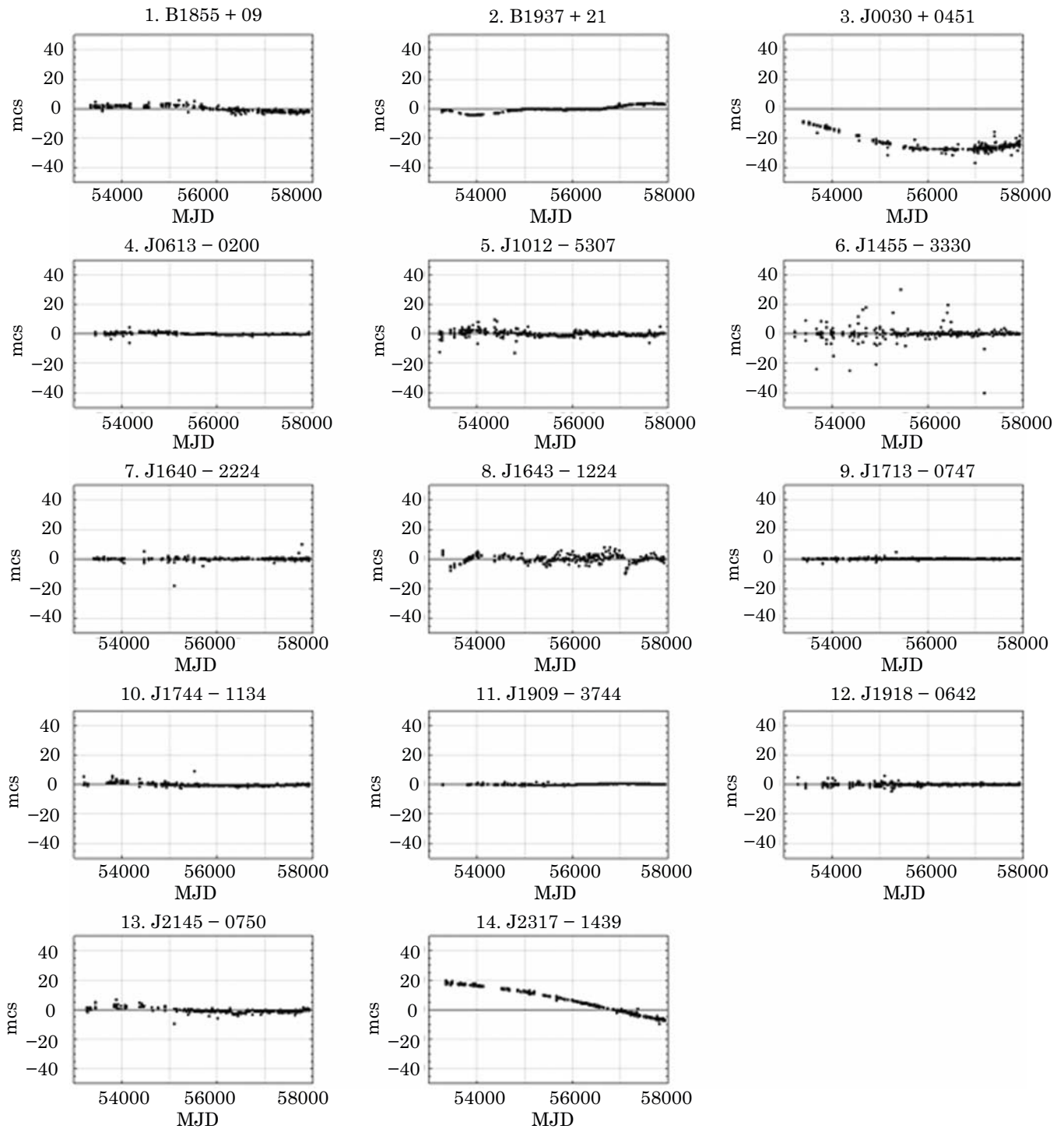


Рис. 1. Остаточные уклонения МПИ 14-миллисекундных пульсаров

Математический аппарат

Как уже было сказано во введении, метод треуголки позволяет выявить часы, которые обладают повышенными вариациями хода по сравнению с другими часами, включенными в тройку. Если используется больше, чем трое часов, то появляется возможность составить рейтинг часов в соответствии с вариациями их хода относительно других. Далее в применении к пульсарам обязательным условием будет их тайминг относительно одной и той же шкалы времени — условие, которое, как правило, выполняется всегда. В рассматриваемом случае все наблюдения приведены к шкале TT(BIPM2017).

Рассмотрим первый подход для вычисления собственных вариаций вращения пульсаров. Дисперсия разности остаточных уклонений $r_i - r_j$ ($i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$) записывается в следующем виде:

$$\sigma_{ij}^2 = \sigma_i^2 + \sigma_j^2 \quad (i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j), \quad (1)$$

где N — число пульсаров. Всего уравнений (1) будет $N(N-1)/2$, поэтому при $N > 3$ для нахождения σ_i^2 ($i = 1, 2, \dots, N$) будем использовать метод наименьших квадратов.

При написании уравнения (1) мы подразумевали, что остаточные уклонения пульсаров полностью некоррелированы, иначе пришлось бы учитывать дополнительный член $2\sigma_i\sigma_j$. Теоретически он может возникать, если, например, два пульсара наблюдаются на очень малом угловом расстоянии на небе, и сигнал распространяется через одни и те же области межзвездной среды. В рассматриваемом нами случае таких пульсаров нет.

Условные уравнения для последующего решения методом наименьших квадратов были получены в общем виде для произвольного количества пульсаров. В этой работе уравнения в матричном виде будут записаны на примере шести отобранных пульсаров. Условные уравнения записываются в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1^2 \\ \sigma_2^2 \\ \sigma_3^2 \\ \sigma_4^2 \\ \sigma_5^2 \\ \sigma_6^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{13}^2 \\ \sigma_{14}^2 \\ \sigma_{15}^2 \\ \sigma_{16}^2 \\ \sigma_{23}^2 \\ \sigma_{24}^2 \\ \sigma_{25}^2 \\ \sigma_{26}^2 \\ \sigma_{34}^2 \\ \sigma_{35}^2 \\ \sigma_{36}^2 \\ \sigma_{45}^2 \\ \sigma_{46}^2 \\ \sigma_{56}^2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Решение матричного уравнения (2) для σ_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) методом наименьших квадратов приведено в таблице в столбце σ_{psr} . Так как наблюдения проводились на одном радиотелескопе и общей для всех пульсаров регистрирующей аппаратуре, то они считались равноточными. Погрешность определения $\Delta\sigma_i = 0.270$ мкс, ($i = 1, 2, \dots, 6$) определялась из формулы

$$\Delta\sigma_i^4 = \text{diag}[\varepsilon^2(F^T F)^{-1}],$$

где ε — вектор невязок, полученный путем подстановки σ_i в систему (2) и последующего вычисления разности правой и левой частей системы, F — первая матрица в левой части системы (2).

Теперь перейдем ко второму методу. Введем критерий качества пульсара при использовании в групповой шкале, исходя из следующих соображений: возьмем пробную группу M пульсаров ($M < N$), построим по ней реализацию групповой шкалы и вычислим отклонения индивидуальных шкал от групповой в среднеквадратическом смысле. Если в используемой реализации все пульсары будут иметь высокую стабильность, то их отклонения от групповой шкалы будут минимальны, и такая группа пульсаров будет признана наиболее подходящей для построения групповой шкалы. Так как мы заинтересованы в максимальной статистике по различным выборкам, то возьмем максимальное число реализаций, которое будет при выборке $M = 3$ пульсаров из $N = 6$: $n_r = \frac{N!}{(N-M)!M!} = 20$.

Самостоятельной ценностью второго подхода является возможность получения набора групповых шкал времени, которые покажут реальный ход шкал при использовании различных пульсаров.

Во втором подходе используем уже опробованный в предыдущих исследованиях (Rodin, 2006; Родин, Чен, 2011; Родин, Федорова, 2018) метод оптимальной винеровской фильтрации, который позволяет в разы увеличить точность построения групповой пульсарной шкалы. Кратко приведем суть метода. Остаточные уклонения МПИ $r_i = u_i + v$ ($i = 1, 2, \dots, N$) которые образуются после вычитания модели вращения пульсара, содержат информацию о физических процессах, происходящих в пульсаре u_i и стандарте частоты v . Из общих физических соображений полагаем, что случайные процессы u_i и v не коррелированы между собой и величины u_i , относящиеся к различным пульсарам, также не коррелированы между собой. Построение групповой пульсарной шкалы сводится к оцениванию общего сигнала v в присутствии аддитивных помех u_i .

Стандартный алгоритм формирования групповой пульсарной шкалы включает в себя измерение МПИ от нескольких пульсаров относительно единой опорной шкалы и вычисление взвешенной

суммы $\sum_i w_i r_i \approx v$ ($i = 1, 2, \dots, N$), где w_i — относительный вес, приписываемый i -му пульсару. Так как вариации вращения u_i каждого из пульсаров не коррелированы между собой, то при усреднении их влияние на шкалу значительно уменьшается.

Применение оптимального фильтра позволяет лучше разделить вклад в r_i шумов u_i и v и сформировать групповую шкалу на более высоком уровне точности. Для отдельного нахождения вариаций вращения пульсаров и опорной шкалы времени частотной области использовался следующий алгоритм. Вначале вычисляют преобразование Фурье остаточных отклонений i -го пульсара

$$x_i(\omega) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=1}^n r_i e^{j(\omega-1)(t-1)}, \quad (3)$$

где n — длина временного ряда, $j = \sqrt{-1}$.

Спектры мощности ($i = k$) и кросс-спектры ($i \neq k$), ($i, k = 1, 2, \dots, N$) вычисляются по формуле

$$X_{ik} = \frac{1}{2\pi} |x_i(\omega)x_k^*(\omega)|, \quad (4)$$

где знак $()^*$ обозначает комплексное сопряжение.

Всего кросс-спектров будет $N(N-1)/2$. Искомая оценка сигнала v_i вычисляется следующим образом:

$$v_i = F^{-1} \left[\sqrt{\frac{\bar{S}_v}{S_{ui} + S_v}} x_i(\omega) \right], \quad (5)$$

где S_{ui} , S_v — спектры мощности случайных процессов u_i и v , $S_{ui} + S_v = X_i$, $x_i(\omega)$ — Фурье-преобразование r_i , F^{-1} — оператор обратного преобразования Фурье. Величина \bar{S}_v представляет собой усредненный кросс-спектр

$$\bar{S}_v(\omega) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{n=1}^{N(N-1)/2} X_n(\omega), \quad (6)$$

который берется в качестве оценки спектра мощности искомого сигнала $v(t)$. Групповая шкала $v_{\text{ens}}(t)$ записывается как взвешенная сумма всех реализаций:

$$v_{\text{ens}}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} w_i v_i(t). \quad (7)$$

Результаты

На рис. 2 показан график $n_r = 20$ реализаций групповых пульсарных шкал. Из него хорошо видно, что хотя имеются отдельные отклонения от средней шкалы, превышающие 0.3 мкс как, например в начале 2010 г., в целом ход индивидуальных шкал имеет среднеквадратичное отклонение $\sigma_{\text{ept}} = 0.077$ мкс.

Для построения окончательной групповой шкалы $n_r = 20$ реализаций групповых пульсарных шкал суммировались с разными весами. Использовались три подхода: 1) использовались равные веса (простое среднее); 2) веса вычислялись на основе минимума величины относительной нестабильности σ_z ; 3) веса вычислялись как сумма среднеквадратичных отклонений отдельных пульсарных шкал относительно групповой шкалы, в которую они входят. На рис. 3 показан ход относительной нестабильности групповых шкал, построенных с разными весами.

На рис. 4 показан ход относительной нестабильности σ_z (дисперсии Тейлора) отдельных групповых шкал времени (Matsakis et al., 1997):

$$\sigma_z(\tau) = \frac{\tau^2}{2\sqrt{5}} \langle C_3^2 \rangle^{1/2}, \quad (8)$$

где τ — интервал времени, на котором вычисляется σ_z , C_3 — коэффициент при кубическом члене в разложении остаточных отклонений вращательной фазы пульсара, угловые скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по всем наборам C_3 на заданном интервале τ .

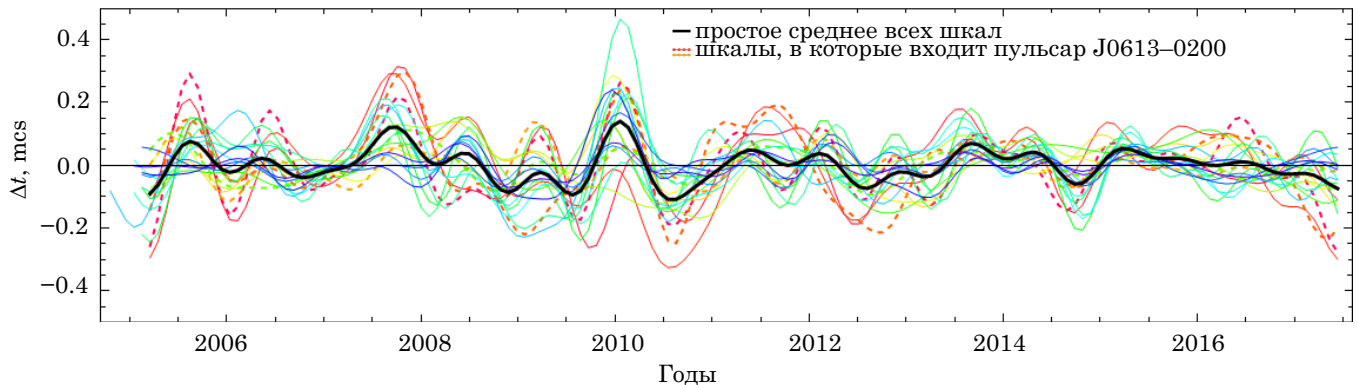


Рис. 2. Реализации $n_r = 20$ групповых пульсарных шкал. Среднеквадратичное отклонение $\sigma_{\text{ept}} = 0.077$ мкс



Рис. 3. Ход групповых шкал, построенных с разными весами

Из графика видно, что для некоторых шкал величина σ_z достигает значения $\sim 2 \cdot 10^{-17}$ на интервале $\tau = 12$ лет. Также обращает внимание, что четыре шкалы показывают восходящий ход относительной нестабильности на интервале $\tau > 8$ лет. Был исследован список пульсаров, входящих в эти шкалы. Оказалось, что это комбинации пульсаров (J0613–0200, J1455–3330, J1640+2224), (J0613–0200, J1455–3330, J1918–0642), (J0613–0200, J1640+2224, J1713+0747) и (J0613–0200, J1713+0747, J1918–0642), в которые везде входит пульсар J0613–0200. Таким образом, в будущих построениях групповых шкал для обеспечения наилучшей относительной нестабильности на интервалах > 8 лет следует избегать использования этих пульсарных комбинаций.

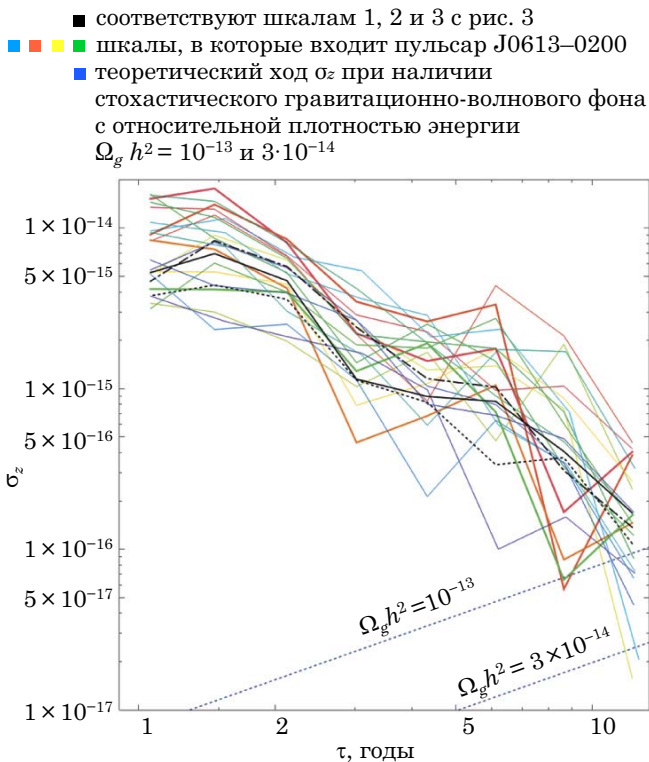
Обсуждение

На основе наблюдательных данных, полученных в рамках проекта NANOgrav в 2005–2017 гг. (Arzoumanian et al., 2018), построена групповая шкала времени $PT_{\text{ens}} - TT(\text{BIPM2017})$ с относительной нестабильностью $\sigma_z = (1.0 \pm 0.9) \cdot 10^{-16}$ на интервале 12 лет. Полученная величина относительной нестабильности полностью соответствует предсказанной нами в статье (Родин, Федорова, 2018) величине σ_z в случае использования высокоточных наблюдательных данных. Для достижения такой величины нестабильности потребовалось обобщить метод треуголки на произвольное число пульсаров и разработать специальный метод взвешивания шкал.

Сравнение различных методов взвешивания отчетливо показало, что этому вопросу следует уделять специальное внимание. Так метод взвешивания на основе минимальных величин σ_z показывает систематически худшую стабильность групповой шкалы на интервалах $\tau < 7$ лет даже в сравнении с простым усреднением. Наилучший результат с точки зрения относительной нестабильности показывает метод взвешивания на основе среднеквадратичных отклонений индивидуальных пульсаров относительно всех возможных пульсарных шкал. Хотя на интервалах $\tau > 8$ лет он сравнивается с простым усреднением.

Анализ шумов хронометрирования пульсаров σ_{psr} без вклада опорной шкалы времени из таблицы показал, что наибольший вес 0.441 имеет пульсар PSR J1713+0747. Поэтому, если вдруг гипотетически представить, что для ведения шкалы у нас имеется возможность наблюдать один единственный пульсар, то совершенно определенно это должен быть PSR J1713+0747.

Ход групповой пульсарной шкалы, показанный на рис. 3, показал, что в рамках погрешности он совпадает с ходом шкалы $TT(\text{BIPM2017})$ и не показывает каких-либо особенностей, присущих именно пульсарной шкале. Аналогичный вывод был сделан в статье Хоббса и соавторов (Hobbs et al., 2020), посвященной анализу хронометрических

Рис. 4. График относительной нестабильности σ_z пульсарных шкал времени

наблюдений IPTA (International Pulsar Timing Array) 1994–2012 гг. Анализ публикаций по проекту NANOGrav не выявил публикаций, посвященных построению пульсарной шкалы, поэтому, к сожалению, сравнить наши результаты не с чем.

Вариации хода групповой пульсарной шкалы традиционно используются для оценок верхнего предела плотности энергии гравитационно-волнового фона, возникшего на ранних стадиях формирования Вселенной $\Omega_g h^2$ (Bertotti et al., 1983), и для верхнего предела амплитуды переменного гравитационного потенциала Ψ_c (Porayko, 2014; Porayko., 2018). В этой работе на основании величины относительной нестабильности получены величины $\Omega_g h^2 = 10^{-13}$ на частоте 2.6×10^{-10} Гц и $\Psi_c \sim 10^{-16}$ на той же частоте.

Заключение

Разработанный в статье обобщенный метод треуголки дает возможность составить рейтинг пульсаров по степени их пригодности для построения пульсарной шкалы времени. Метод применен к хронометрическим данным пульсаров из проекта NANOGrav. Анализ наблюдений показал, что пульсар PSR J1713+0747 обладает минимальными собственными вариациями вращения и имеет максимальный вес при построении групповой шкалы.

Из анализа кривых относительной нестабильности σ_z групповых пульсарных шкал следует, что пульсар PSR J0613–0200 нужно использовать с осторожностью, т. к. групповые шкалы, в которые входит этот пульсар, на интервалах $\tau > 8$ лет показывают ухудшение хода.

На основе среднеквадратичных уклонений вариаций вращения пульсаров относительно набора групповых шкал предложен новый метод вычисления весов пульсаров, что позволило построить групповую пульсарную шкалу с относительной нестабильностью $\sigma_z = (1.0 \pm 0.9) \cdot 10^{-16}$ на интервале 12 лет.

Литература

Родин А. Е. О возможности существования планеты около пульсара PSR B0525+21 // Астрон. журн. 2019. Т. 96, № 3. С. 241.

Родин А. Е. Детектирование гравитационных волн по наблюдениям группы пульсаров // Астрон. журн. 2011. Т. 88, № 2. С. 152.

Родин А. Е., Чен Д. Оптимальная фильтрация и пульсарная шкала времени // Астрон. журн. 2011, Т. 88, № 7. С. 677.

Родин А. Е., Федорова В. А. Пульсарная шкала времени на основе наблюдений в Парксе 1995–2010 гг. // Астрон. журн., 2018. Т. 95, № 6. С. 401.

Сажин М. В. Возможности детектирования сверхдлинных гравитационных волн // Астрон. журн. 1978. Т. 55, № 1. С. 65.

Arzoumanian Z., Brazier A., Burke-Spolaor S., et al. The NANOGrav 11-year data set // Astrophys. J. 2018. Vol. 235. P. 37.

Backer D. C., Kulkarni S. R., Heiles C. E., et al. A millisecond pulsar // Nature. 1982. Vol. 300. P. 615.

Bertotti B., Carr B. J., Rees M. J., Limits from the timing of pulsars on the cosmic gravitational wave background // MNRAS. 1983. Vol. 203, no. 4. P. 945.

Chen S., Caballero R. N., Guo Y. J., et al. Common-red-signal analysis with 24-yr high-precision timing of the European Pulsar Timing Array: inferences in the stochastic gravitational-wave background search // MNRAS, 2021. Vol. 508, no. 4. P. 4970.

Detweiler S. Pulsar timing measurements and the search for gravitational waves // Astrophys. J. 1979. Vol. 234. P. 1100.

Hobbs G., Guo L., Caballero R. N., et al. A pulsar-based time-scale from the international pulsar timing array // MNRAS. 2020, Vol. 491, no. 4, 5951.

Kramer M., Stairs I., Manchester R. N., et al. Strong-field gravity tests with the double pulsar // Physical Review X. 2021. Vol. 11, no. 4. Article id. 041050.

Lazarides G., Maji R., Shafi Q. Cosmic strings, inflation and gravity waves // Physical Review D. 2021. Vol. 104, no. 9. Article id. 095004.

Matsakis D. N., Taylor J. H., Eubanks T. M. A statistic for describing pulsar and clock stabilities // Astron. and Astrophys. 1997. Vol. 326. P. 924.

NANOGrav Telescope data [Электронный ресурс]. URL: <https://data.nanograv.org> (дата обращения: 01.07.2022).

Porayko N. K., Postnov K. A. Constraints on ultralight scalar dark matter from pulsar timing // Phys. Rev. D. 2014. Vol. 90, no. 6. Article id. 062008.

Porayko N. K., Zhu X., Levin Y., et al. Parkes pulsar timing array constraints on ultralight scalar-field dark matter // Physical Review D. 2018. Vol. 98, no. 10. Article id. 102002.

Rodin A. E. Algorithm of ensemble pulsar time // Chinese Journ. of Astron. and Astrophys. Suppl. 2006. Vol. 6(S2), P. 157.

Rodin A. E. Optimal filters for construction of the ensemble // MNRAS. 2008. Vol. 387, no. 4. P. 1583.

Vernotte F., Calosso C. E., Rubiola E. Three-cornered hat versus Allan covariance // IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS) / Ed. IEEE, New Orleans, LA, USA. 2016. P. 1.