

Сравнение точности и эффективности методов оценивания вероятности столкновения небесных тел с Землей

© В. А. Шор, Д. Е. Вавилов, Т. А. Виноградова, Н. Б. Железнов,
О. М. Кочетова, В. Б. Кузнецов, Ю. А. Чернетенко

ИПА РАН, г. Санкт-Петербург, Россия

Точная оценка вероятности столкновений потенциально опасных тел необходима, в частности, при разработке программ, предназначенных для оптических, радиолокационных и РСДБ-наблюдений. В статье рассмотрены существующие линейные и нелинейные методы оценки вероятности столкновения тел. Выполнено сравнение точности и эффективности этих методов на примере решения задачи столкновений астероидов с Землей при условии нахождения точки потенциального столкновения достаточно далеко от номинального положения тела.

Особое внимание уделено сравнению линейных методов оценки вероятности — методу плоскости цели и методу с использованием криволинейной системы координат. Показано, что именно эти методы являются наиболее оптимальными для прогнозирования потенциальных столкновений вновь открытых тел, когда необходимо быстро оценить вероятность столкновения и, в случае необходимости, принять соответствующие меры. Также предложена модификация метода плоскости цели, которая позволяет преодолеть возникающее в некоторых ситуациях различие между оценками, сделанными по этому методу и результатами, полученными двумя другими методами: нелинейным методом Монте-Карло и линейным методом с использованием криволинейной системы координат.

Ключевые слова: столкновения тел с Землей, вероятность столкновения, методы оценки вероятности столкновения, орбиты, астероиды.

<https://doi.org/10.32876/AplAstron.46.117-125>

Введение

Главное в задаче о столкновении небесного тела с Землей — это оценка вероятности столкновения, которая основывается на знании орбит сталкивающихся тел. Правильное оценивание вероятности столкновений необходимо при разработке оптических, радиолокационных и РСДБ-программ наблюде-

ний потенциально опасных тел. Если орбита Земли в настоящее время определена достаточно надежно — орбита небесного тела никогда не может быть известна точно, поскольку она определяется из наблюдений, обремененных ошибками. Более того, количество наблюдений, которым должна удовлетворять орбита, как правило, превышает число параметров, от которых она зависит. Поэтому никакая система параметров не может в точности удовлетворять избыточной системе уравнений, тем более при наличии ошибок в наблюдениях. Приходится довольствоваться приближенным решением уравнений, подчиняя его некоторым условиям, например, минимизируя сумму квадратов остающихся невязок. Номинальное решение, определяемое по методу наименьших квадратов, является лишь одним из бесчисленного количества других решений, удовлетворяющих наблюдениям с чуть большей средней ошибкой. Если в шестимерном пространстве элементов орбиты или иных параметров орбиты откладывать от точки начала вдоль каждой оси отличия параметров возможных решений от параметров номинальных, то каждой точке пространства будет соответствовать набор значений параметров — начальных условий движения виртуального (возможного) тела. Можно сказать, что в шестимерном пространстве номинальное решение (номинальное тело) окружено облаком виртуальных тел. Размеры облака и плотность распределения тел в нем зависят от функции распределения ошибок номинального решения. В общем случае предполагается, что ошибки распределены по нормальному закону. Облако виртуальных тел на эпоху улучшения орбиты называют эллипсоидом рассеяния. Орбиты, имеющие начало в эллипсоиде рассеяния, в отсутствие сильных возмущений мало отличаются от номинальной, но вследствие различия среднего движения положение тел вытягивается вдоль номинальной орбиты. Хотя тело, движущееся по номинальной орбите, может не столкнуться с Землей, орбиты некоторых виртуальных тел могут приводить к соударениям. Вероятность столкновения данного тела с Землей определяется как мера множества тех виртуальных тел, которые сталкиваются.

В работе рассматриваются существующие методы оценивания вероятности столкновения, сравнивается их точность и эффективность на примере задачи столкновений астероидов с Землей. Особое внимание уделено сравнению линейных методов оценивания вероятности — методу плоскости цели (М ПЦ) и методу, в котором использована криволинейная система координат (они наилучшим образом подходят для поиска потенциальных столкновений вновь открытого тела, когда необходимо быстро оценить вероятность столкновения). Предложена модификация метода плоскости цели, позволяющая снять разногласие в оценках вероятности, получаемых в определенной ситуации по М ПЦ, с одной стороны, и по методу, использующему криволинейную систему координат, а также методу Монте-Карло — с другой.

Методы оценивания вероятности столкновения

Существуют линейные и нелинейные методы оценивания вероятности столкновения небесных тел на основе прогноза их движения. Линейные методы оценки вероятности предполагают, что ошибки параметров орбиты тела линейным образом зависят друг от друга в разные моменты времени. Поскольку предполагается, что на эпоху улучшения орбиты выполняется нормальный закон распределения ошибок, то в любой рассматриваемый момент времени эти ошибки будут распределены по нормальному закону.

В линейном М ПЦ [1] оценка вероятности выполняется в геоцентрической системе координат ξ, η, ζ , в которой ось η направлена по вектору относительной скорости тела, ось ξ , направлена по векторному произведению вектора скорости Земли на вектор относительной скорости тела, а ось ζ дополняет систему до правой. Плоскость $\xi O_1 \zeta$ (где O_1 — центр Земли), нормальная к вектору относительной скорости тела, называется плоскостью цели. Минимальное расстояние между орбитами Земли и тела (MOID, Minimum Orbit Intersection Distance) достигается вдоль отрезка, перпендикулярного к обеим орбитам. Орбиты в малой окрестности кратчайшего расстояния можно считать прямолинейными, а движение по ним — равномерным. Если Земля проходит через один из концов отрезка кратчайшего расстояния, то в этот момент ось ζ направлена вдоль или противоположно этому отрезку (рис. 1). Если в этот же момент через второй конец отрезка проходит тело, то между ним и Землей достигается минимально возможное расстояние и, если оно меньше радиуса Земли, имеет место столкновение. Одновременное прохождение концов отрезка Землей и телом, как правило, не случается, и потому минимально возможное расстояние между телом и Землей не достигается. Пусть, например, тело догоняет Землю, но проходит через конец отрезка позже, чем Земля — через другой конец. За время преследования Земля и вместе с ней плоскость цели переместятся в новое положение O_2 (рис. 1), где тело достигнет плоскости цели. При движении тела его координата ξ не меняется, а координата ζ изменяется пропорционально времени. Расстояние точки пересечения

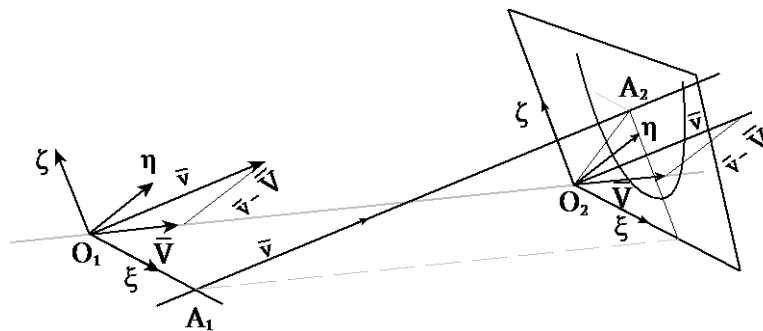


Рис.1. Орбиты Земли и малого тела в окрестности кратчайшего расстояния между ними: \bar{V} — вектор скорости Земли, \bar{v} — вектор скорости тела

от центра Земли на плоскости будет равно $\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}$ — что есть минимальное номинальное расстояние, достигаемое в данном сближении.

Образ Земли на плоскости цели предстает в виде круга с центром в начале координат и радиусом, равным радиусу Земли. Виртуальные тела из облака вокруг номинального тела, двигаясь по орбитам, почти параллельным номинальной, рано или поздно тоже пересекут плоскость цели в области с центром в точке пересечения с нею номинального тела. Вероятность столкновения тела с Землей равна вероятности попадания в пределы образа Земли точек пересечения виртуальных тел с плоскостью. Вероятность столкновения вычисляется как двойной интеграл от гауссовой плотности вероятности прохождения траектории через произвольную точку плоскости цели в пределах контура Земли [2–4]. Гауссова плотность вероятности зависит от расстояния точки от центра эллипса рассеяния, от величины полуосей эллипса и их ориентации в плоскости относительно координатных осей. Все эти величины могут быть вычислены на основе текущих значений скоростей тела и Земли, координат и матрицы ковариаций номинального решения. В результате интеграл находится численным способом. МПЦ используется в разработанной в ИПА РАН системе «Прогноз» [4] — системе предсказания столкновений Земли с небесными телами.

В методе, предложенном Д. Е. Вавиловым [5, 6], рассматривается криволинейная система координат (М КСК), связанная с номинальной орбитой малого тела. Предполагается нормальный закон распределения ошибок в этой системе координат. Такой подход позволяет учесть тот факт, что ошибка положения тела распределена преимущественно вдоль его номинальной орбиты, что дает возможность использовать данный метод оценки вероятности даже в случае, когда точка потенциального столкновения находится далеко от номинального положения тела.

Наиболее простой и одновременно наиболее теоретически обоснованный метод — это метод Монте-Карло (М М-К), который является нелинейным методом. В этом методе на момент улучшения орбиты, в соответствии с принятым законом распределения, производится случайная выборка виртуальных тел из эллипсоида рассеяния, и их движение прослеживается на исследуемом интервале численным методом. Вероятность столкновения вычисляется как отношение числа виртуальных тел, имеющих столкновение, к общему числу испытаний. Ошибка определяемой величины зависит от числа испытаний следующим образом: $N = P(1-P)/\sigma_P^2$, где N — число виртуальных тел, P — вероятность столкновения, σ_P — ошибка P . Если $P = 10^{-6}$, то для вычисления вероятности с ошибкой 50 % потребуется проинтегрировать 4×10^6 орбит, из-за чего данный метод является непрактичным при не очень больших значениях P , и не подходит для поиска потенциальных столкновений вновь открытого тела, когда необходимо быстро оценить вероятность столкновения.

Метод линии вариаций (M LOV, Line of Variations) — это комбинация М ПЦ и нелинейного М М-К. В нем рассматривается большая полуось эллипса рассеяния в эпоху определения орбиты, которая называется линией вариаций [1]. На этой оси выбирается некоторое число виртуальных астероидов (обычно несколько тысяч), и их уравнения движения интегрируются до сближения с Землей. Затем для тех виртуальных астероидов, которые входят в сферу действия Земли, вычисляется вероятность столкновения по М ПЦ. При таком подходе учитывается нелинейное распространение ошибки вдоль линии вариаций и предполагается линейное распространение ошибки для остальных элементов. В M LOV нет сильной зависимости количества виртуальных астероидов от значения вероятности столкновения, как в М М-К, однако их все же на несколько порядков больше, чем в линейных методах. Этот метод в различных модификациях используется в Лаборатории реактивного движения НАСА (JPL) и в Пизанском университете (NEODyS 2).

Модифицированный метод плоскости цели

Рассмотрим некоторую модификацию М ПЦ, которую обозначим как ММ ПЦ*. Для того чтобы использовать то обстоятельство, что ошибка положения малого тела распределена преимущественно вдоль его номинальной орбиты, можно модифицировать М ПЦ. В классическом методе плоскости цели вероятность столкновения вычислялась в произвольный момент, когда малое тело находилось сравнительно недалеко от Земли, например, в момент входа тела в сферу действия Земли. В ММ ПЦ* вероятность вычисляется в момент t_0 , когда Земля находится на минимальном возможном расстоянии от орбиты малого тела, т. е. в одном из концов отрезка кратчайшего расстояния между орбитами Земли и тела. Вообще говоря, в этот момент номинальное тело может находиться в любом месте своей орбиты, даже далеко от Земли, и тогда вероятность его столкновения с Землей в близкий к t_0 момент времени будет зависеть преимущественно от величины ошибки его положения на орбите. В этот момент, как объяснялось выше, плоскость цели содержит в себе весь отрезок кратчайшего расстояния, в том числе центр Земли и тело (рис. 1). Столкновение в этот момент может иметь место, если вследствие ошибок пяти элементов орбиты (исключая среднюю аномалию) точка пересечения номинальной орбиты с отрезком кратчайшего расстояния сместится вдоль него в сторону Земли настолько, что оставшийся отрезок станет короче радиуса захвата Земли. Рассчитать вероятность столкновения P_1 можно по М ПЦ, взяв за центр эллипса рассеяния один из концов отрезка кратчайшего расстояния, соответствующий астероиду. Нет никакой необходимости повторять здесь все, что уже говорилось о вычислении вероятности как двойного интеграла от гауссовой плотности вероятности. Следует лишь подчеркнуть, что его нужно вычислять в пределах круга с центром в начале координат и радиусом, равным радиусу захвата Земли.

Однако нужно учесть тот факт, что центр эллипсоида рассеяния был выбран не в точке номинального положения астероида. В момент t_0 , когда Земля проходит через конец отрезка кратчайшего расстояния, тело может находиться в любом месте своей орбиты. Пусть в этот момент номинальное значение его средней аномалии равно M . Обозначим M^* значение средней аномалии для выбранного астероида. Существуют численные и аналитические методы, позволяющие вычислить M^* по элементам орбит тела и Земли [7]. Полученную выше вероятность столкновения P_i требуется умножить на значение функции распределения ошибки средней аномалии в точке M^* . Это значение равно $e^{[-(M-M^*)^2/2\sigma_M^2]}$, где σ_M — средняя ошибка средней аномалии тела. Если астероид и Земля приходят в точку кратчайшего расстояния в один и тот же момент t_0 , то $M=M^*$, значение функции распределения равно 1, и модифицированный М ПЦ превращается в классический.

Результаты исследования

В табл. 1 приводятся данные об имеющихся наблюдениях 9 рассмотренных астероидов, сближающихся с Землей. Из таблицы видно, что астероиды имеют малые размеры, короткие дуги наблюдений и достаточно давно не наблюдались. Особенностью этих астероидов также является то, что на исследуемые моменты (табл. 2) соответствующие расстояния от Земли, полученные по их номинальным орбитам, значительно превышают радиус сферы действия Земли (930 тыс. км или 0.0068 а.е.). В табл. 3 представлены результаты вычисления вероятностей по описанным выше методам.

Таблица 1

Исследуемые астероиды

| Астероид | Диаметр, м | Период, сут. | Интервал наблюдений | Кол-во наблюдений |
|-----------|------------|--------------|-----------------------|-------------------|
| 2006 JY26 | 7 | 370.9 | 2006.10.06–2006.10.10 | 77 |
| 2010 UK | 14 | 294.5 | 2010.10.17–2010.11.01 | 83 |
| 2006 QV89 | 30 | 475.3 | 2006.08.29–2006.09.08 | 68 |
| 2008 SK70 | 28 | 423.1 | 2008.01.10–2008.02.14 | 87 |
| 2009 JF1 | 13 | 950.7 | 2009.05.04–2009.05.06 | 25 |
| 2012 MF7 | 15 | 653.6 | 2012.06.23–2012.07.22 | 27 |
| 2014 WA | 8 | 1067.7 | 2014.11.16–2014.11.17 | 53 |
| 2008 JL3 | 29 | 1159.0 | 2008.05.05–2008.05.09 | 31 |
| 2005 QK76 | 31 | 604.6 | 2005.08.30–2005.08.31 | 14 |

Таблица 2

Исследуемые моменты и соответствующие расстояния от Земли, полученные для астероидов, сближающихся с Землей, по их номинальным орбитам

| Астероид | Исслед. момент | MOID, а.е. | Расстояние, а.е. |
|-----------|----------------|------------|-------------------|
| 2006 JY26 | 2073-05-03.74 | 6.2e-5 | 0.01340 ± 3.82e-3 |
| 2010 UK | 2068-10-15.52 | 8.6e-5 | 0.01586 ± 1.33e-2 |
| 2006 QV89 | 2019-09-09.38 | 7.3e-5 | 0.02085 ± 1.38e-2 |
| 2008 CK70 | 2030-02-14.67 | 6.4e-6 | 0.01830 ± 5.89e-2 |
| 2009 JF1 | 2022-05-06.34 | 1.4e-5 | 0.00788 ± 4.59e-2 |
| 2012 MF7 | 2046-06-21.90 | 1.5e-4 | 0.08464 ± 7.37e-2 |
| 2014 WA | 2049-11-16.17 | 3.0e-5 | 0.30840 ± 6.97e-2 |
| 2008 JL3 | 2027-05-01.41 | 6.8e-5 | 0.01139 ± 6.02e-2 |
| 2005 QK76 | 2030-02-26.32 | 2.3e-4 | 0.33043 ± 8.51e-1 |

Таблица 3

Результаты вычисления вероятностей по описанным выше методам

| Астероид | Вероятность столкновения | | | | | | ММ ПЦ* |
|-----------|--------------------------|--------|---------|--------|--------|--------|--------------|
| | NEODyS | JPL | ИПА РАН | | | | |
| | М LOV | М LOV | М М-К | М КСК | М ПЦ | ММ ПЦ* | Расст., а.е. |
| 2006 JY26 | 1.1e-6 | 9.0e-6 | 5.6e-5 | 1.1e-4 | 6.2e-5 | 1.8e-2 | 0.00316 |
| 2010 UK | 1.3e-4 | 4.9e-4 | 3.1e-3 | 2.6e-3 | 0 | 5.2e-5 | 0.00112 |
| 2006 QV89 | 8.8e-5 | 4.9e-5 | 1.8e-3 | 2.2e-3 | 2.7e-3 | 2.4e-3 | 0.00106 |
| 2008 CK70 | 0 | 0 | 6.4e-4 | 6.4e-4 | 5.8e-4 | 6.8e-4 | 0.00003 |
| 2009 JF1 | 2.2e-4 | 2.6e-4 | 7.4e-4 | 6.6e-4 | 7.8e-4 | 7.8e-4 | 0.00007 |
| 2012 MF7 | 2.0e-4 | 1.3e-4 | 3.1e-4 | 4.0e-4 | 0 | 6.9e-5 | 0.00069 |
| 2014 WA | 0 | 1.8e-5 | 3.5e-7 | 4.5e-7 | 0 | 4.4e-7 | 0.00019 |
| 2008 JL3 | 7.5e-5 | 8.5e-5 | 3.0e-4 | 4.7e-4 | 0 | 2.5e-4 | 0.00020 |
| 2005 QK76 | 3.7e-5 | 3.6e-5 | 4.3e-5 | 3.8e-5 | 0 | 2.5e-7 | 0.00099 |

Как видно из табл. 3, по М ПЦ лишь для четырех астероидов получились решения, близкие к результатам М М-К, являющегося в данной работе неким эталоном для оценки вероятности.

Неожиданными оказались также результаты (данные на 10.09.2018), размещенные на ресурсах Near Earth Objects Dynamic Site (NEODyS) и Jet Propulsion Laboratory (JPL) для астероидов 2008 CK70 и 2014 WA (М LOV). Однако стоит отметить, что основной причиной отличий данных вероятностей от значений, полученных по М М-К, является использование различных номинальных орбит малых тел, в частности использование различных весов наблюдений при улучшении орбиты. Вероятности, полученные М КСК, вполне соответствуют вероятностям, полученным по М М-К, кроме астероида 2006 JY26.

Как видно из табл. 3, так полученные значения вероятностей в целом близки к ММ-К и МКСК. При этом расстояния от Земли на исследуемые моменты значительно уменьшились (последний столбец табл. 3). Модифицированный таким образом МПЦ позволяет решить проблему определения вероятности вполне удовлетворительно.

Заключение

Рассмотрены линейные и нелинейные методы оценивания вероятности столкновения небесных тел на основе прогноза их движения, когда точка потенциального столкновения находится достаточно далеко от номинального положения тела. Результаты оценки значения вероятности для рассмотренных астероидов показывают, что метод с использованием криволинейной системы координат позволяет получить удовлетворительное решение практически во всех случаях, а метод плоскости цели и метод линии вариации — не во всех. Модифицированный метод плоскости цели позволяет оценить вероятность столкновения для всех рассмотренных астероидов и, в большинстве своем, эти оценки близки к оценкам, вычисляемым методом Монте-Карло, являющимся в данной работе неким эталоном для оценки вероятности.

Литература

1. *Milani A., Chesli S. R., Sansaturio M. E. et al.* Nonlinear impact monitoring: line of variation search for impactors // *Icarus*. — 2005. — Vol. 173. — P. 158–163.
2. *Шор В. А., Вавилов Д. Е., Железнов Н. Б., Зайцев А. В., Кочетова О. М., Чернетенко Ю. А.* Вычислительно-аналитический комплекс для прогнозирования столкновений астероидов и комет с Землей и построения сценариев вызванных ими катастроф // *Известия ГАО в Пулковке*. — 2016. — № 223. — С. 259–266.
3. *Chernetenko Yu. A., Kochetova O. M., Shor V. A., Vavilov D. E., Vinogradova T. A., Zheleznov N. B.* New Opportunities of the Computing Analytical Complex for Predicting Collisions of the Earth with Asteroids and Comets // *Труды ИПА РАН*. — СПб.: ИПА РАН, 2017. — Вып. № 41. — С. 103–106.
4. *Вавилов Д. Е., Виноградова Т. А., Железнов Н. Б., Зайцев А. В., Кочетова О. М., Чернетенко Ю. А., Шор В. А.* Мониторинг столкновений космических тел с Землей и Луной в системе «Прогноз» // *Экологический вестник научных центров ЧЭС*. — 2017. — № 4, Ч. 3. — С. 14–23.
5. *Вавилов Д. Е.* Оценка вероятности столкновения с Землей вновь открытого тела // *Кандидатская диссертация*. — 2015. — 118 С.
6. *Vavilov D. E., Medvedev Yu. D.* A fast method for estimation of the impact probability of near-Earth objects // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2015. — Vol. 446. — P. 705–709.
7. *Baluyev R. V., Kholshchevnikov K. V.* Distance Between Two Arbitrary Unperturbed Orbits // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. — Vol. 91, Issue 3–4. — P. 287–300.

Comparison of Accuracy and Efficiency of the Methods for Estimating the Probability of Collisions of Celestial Bodies with the Earth

V. A. Shor, D. E. Vavilov, T. A. Vinogradova, N. B. Zheleznov,
O. M. Kochetova, V. B. Kuznetsov, Yu. A. Chernetenko

This paper considers the existing linear and nonlinear methods to estimate the probability of collisions. Accuracy and efficiency of these methods are compared using the example of an asteroid and the Earth collision problem, where the point of a potential collision is far enough from the nominal body position. Correct estimation of the probability of collisions is necessary to develop optical, radar and VLBI programs to observe potentially dangerous bodies. Particular attention is paid to compare linear probability estimation methods – the target plane method and the curvilinear coordinate system method, since they are best suited to search for potential collisions of a newly open body when it is necessary to quickly estimate the probability of the collision and, if necessary, take appropriate measures. A modification of the target plane method is proposed, which makes it possible to obtain probability values comparable to the probabilities obtained by the non-linear Monte Carlo method and the linear method using a curvilinear coordinate system.

Keywords: collisions of potentially dangerous bodies with the Earth, probability of collisions, methods for estimating the probability of a collision, orbits, asteroids.