РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ АСТРОНОМИИ

На правах рукописи

СОКОЛОВ Леонид Леонидович

Траектории гравитационного рассеяния и их астрономические приложения

Специальность 01.03.01 — астрометрия и небесная механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2007

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном университете.

Научный консультант доктор физико-математических наук, профессор К.В. Холшевников

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
Бабаджанянц Левон Константинович

доктор физико-математических наук, профессор
Батраков Юрий Васильевич

доктор физико-математических наук, профессор, чл.-корр. РАН
Белецкий Владимир Васильевич

Ведущая организация Санкт-Петербургское Отделение Математического Института им. В.А.Стеклова РАН

Защита состоится 22 октября 2007 г. в 10 час. на заседании диссертационного совета Д.002.067.01 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук при Институте Прикладной Астрономии РАН, 191187, Санкт-Петербург, наб. Кутузова, 10.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПА РАН.

Автореферат разослан   2007 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физико-математических наук   Медведев Ю.Д.

1 Общая характеристика работы

Настоящая работа посвящена исследованию траекторий рассеяния гравитационно взаимодействующих тел. Они, как обычно, в подавляющем большинстве случаев считаются материальными точками. Рассеяния — изменения движения подсистем или отдельных тел в результате сближений, до и после которых эти подсистемы (тела) удаляются на большие расстояния и почти не взаимодействуют. Таким образом, рассматриваются специальные случаи классической небесномеханической задачи N тел. Основное внимание уделяется гравитационному взаимодействию тел, движущихся с большими скоростями без тесных сближений, а также рассеяниям при сближениях с планетами. В последнем случае многократные рассеяния ведут к стохастическим траекториям.

Возможные приложения связаны с динамической эволюцией звездных систем малой кратности, которые нередко распадаются; эволюцией орбит экзопланет под действием близких звезд; гравитационными маневрами космических аппаратов у планет и их спутников; особенностями движения астероидов, сближающихся с Землей.

Задача N тел, т.е. описание возможных движений N материальных точек, притягивающихся по закону Ньютона, является одной из основных фундаментальных проблем небесной механики и динамики. Роль ее в развитии математики и естествознания невозможно переоценить. За триста лет в этой проблеме получено немало результатов первостепенной важности; еще больше идей и результатов в смежных областях науки обязаны своим происхождением небесномеханической задаче N тел. Увлекательная история развития и взаимообогащения небесной механики и других наук — тема отдельного исследования. Во всяком случае ясно, что *актуальность* задачи N тел отнюдь не исчерпывается астрономией и механикой космического полета.

Актуальность темы обусловлена как многочисленными приложениями траекторий рассеяния задачи N тел в астрономии, так и ролью этой задачи в чистой и прикладной математике. В течение трех столетий она была источником новых математических идей и методов, продолжая играть эту роль и сегодня. В настоящее время исследование свойств траекторий различных динамических систем, выделение семейств хаотических и регулярных движений, доказательство интегрируемости либо неинтегрируемости динамической системы — популярная тема исследований. Описание свойств и характеристик некоторых семейств траекторий одной из классических динамических систем — задачи N тел при произвольном N — является одним из направлений такого рода исследований.

Актуальный объект исследования — астероиды, сближающиеся с Землей (АСЗ) [26]. Многократные прохождения вблизи Земли характерны для опасных объектов. Траектории с многократными рассеяниями описывают сложные движения таких астероидов в случаях, когда точное прогнозирование невозможно. Примером, рассматриваемым в настоящей диссертации, служит астероид Апофис — один из самых опасных на сегодня АСЗ [30], [33].

Необходимо упомянуть и траектории космических аппаратов со многими гравитационными маневрами у планет — одним из основных на сегодня способов передвижения в дальнем космосе.

Одна из важнейших тем исследований в астрономии сегодня — экзопланетные системы, в частности, их динамика и устойчивость. С этой проблематикой непосредственно связан интригующий вопрос о возможности существования высокоорганизованной материи во Вселенной. Большое и все возрастающее число открытых экзопланетных систем ставит вопросы об условиях их устойчивости в разных смыслах, сценариях динамической эволюции и т.д., в частности — о возможной роли рассеяния звезд на планетных системах в динамической эволюции этих систем.

Цели работы. Основные цели настоящей работы — развитие методов решения небесномеханической задачи N тел, получение качественных свойств и количественных характеристик некоторых типов траекторий рассеяния, представляющих интерес для астрономии.

Научная новизна работы. Настоящая диссертация посвящена разработке *новых* методов решения небесномеханической задачи N тел и получению на этой основе *новых* результатов, качественных свойств и количественных характеристик траекторий небесных тел. Нам удалось получить результаты, справедливые для *произвольного* N, а не только для обычно рассматриваемого случая $N = 3$.

Новыми являются:

1. Конструктивный итеративный алгоритм построения точного решения задачи N тел в конструктивно описанных областях больших энергий вне соударений для произвольного N. Конструктивный алгоритм построения точного решения ограниченной задачи трех тел с обменом. Доказательство сходимости итераций для всех значений времени.

2. Полное качественное описание траекторий в вышеуказанных областях (продолжимость решения на всю ось времени, асимптотическое поведение, региональная интегрируемость и т.д.).

3. Оценка областей применимости итерационного метода построения точных решений и областей существования решений с полученными свойствами. Оценка областей устойчивого движения планеты под действием пролетающей звезды в зависимости от параметров системы.

4. Методы построения порождающих квазислучайных решений для траекторий с многократными рассеяниями вблизи планет. Получение качественных свойств и количественных характеристик некоторых порождающих решений.

5. Методы численного построения траекторий, соответствующих порождающим квазислучайным движениям. Построение траекторий возможных опасных сближений АСЗ Апофис с Землей в ближайшем будущем.

Научная и практическая ценность работы. В настоящей работе представлен новый метод построения и исследования свойств точных решний небесномеханической задачи N тел, применимый для произвольного N и всех значений времени. Этот итеративный метод работает в конструктивно задаваемых областях пространства начальных данных и параметров с большими энергиями вне соударений. Показано, что в этих областях решение продолжимо на всю ось времени и не содержит соударений; задача N тел там же регионально интегрируема, что не противоречит общеизвестным результатам о (глобальной) неинтегрируемости этой задачи.

Показано, что разработанные методы позволяют проводить исчерпывающее качественное исследование и строить точные решения для всех значений времени в более сложных случаях обмена, захвата и распада в задаче трех тел. Возможны и дальнейшие обобщения на более сложные случаи задачи N тел.

Получены мажорантные оценки размеров областей сходимости итераций, региональной интегрируемости и т.д., а также численные оценки этих областей, в частности условия устойчивости орбит (экзо)планет под действием пролетающих звезд.

Показано, что сложные семейства траекторий с многократными рассеяниями удобно описывать с использованием аппарата символической динамики. Разработаны методы построения порождающих квазислучайных движений и нахождения их характеристик.

Разработаны численные методы построения траекторий, соответствующих полученным порождающим квазислучайным движениям. Проведено вычисление возможных траекторий опасных сближений и соударений с Землей в ближайшем будущем для АСЗ Апофис, совместимых с сегодняшней точностью знания его орбиты.

Результаты, выносимые на защиту.

1. Итеративный метод получения точных решений задачи N тел для всех значений времени в области больших энергий вне тесных сближений. Сходимость итераций к точному решению задачи N тел при всех значениях времени в той же области. Сходимость итераций к точному

решению ограниченной задачи трех тел при всех значениях времени для траекторий рассеяния с обменом. Региональная интегрируемость задачи N тел и другие свойства получаемых решений.

2. Условия применимости итеративного метода построения решений задачи N тел и области существования решений с найденными свойствами.

3. Метод построения семейств порождающих решений для траекторий со многими рассеяниями с использованием аппарата символической динамики. Экстремальные характеристики и другие свойства порождающих решений.

4. Метод построения траекторий со многими рассеяниями по порождающим квазислучайным решениям. Траектории возможных опасных сближений с Землей астероида Апофис в ближайшем будущем.

Структура и объем диссертации.

Диссертация объемом 233 страницы состоит из восьми глав, включая введение, заключение, приложение, и списка литературы, содержащего 192 наименования. Число рисунков — 29, таблиц — 31.

Апробация работы. Результаты работ по теме диссертации многократно докладывались на Чтениях по космонавтике, посвященных памяти пионеров исследования космического пространства на секции небесной механики (Москва), а также на семинарах кафедры небесной механики СПбГУ, на семинарах кафедры теоретической механики МГУ (рук. проф. В.В.Козлов), совещании в Центре Управления Полетами (Калининград-Королев Московской области, 1989 г.), на городском семинаре по механике космического полета (рук. В.А.Егоров, В.В.Белецкий, МГУ), на семинаре обсерватории университета Турку (Финляндия, 2001 г.). на конференциях в Институте Теоретической Астрономии РАН и Институте Прикладной Астрономии РАН (Санкт-Петербург), на конференции в Казани (1989 г.), на конференции в Киеве (1990 г.), на конференции в Архангельске (1995 г.), на конференции в ГАИШ МГУ (1997 г.), на конференции в ГАИШ МГУ (2003 г.), на совещании-семинаре "От спутников до галактик"(АИ СПбГУ, 2005), на Симпозиумах по теоретической и небесной механике (Великие Луки), на международных конференциях в Петрозаводске (1993 г. и 1995 г.), на Симпозиуме МАС N 172 в Париже (1995 г.), на международной конференции, посвященной памяти проф. К.Ф.Огородникова (Санкт-Петербург, 2000 г.), на международной конференции "Задача N тел. Теория и компьютерное моделирование"(Финляндия, университет г. Турку, 2005), на Поляховских Чтениях (СПбГУ, Санкт-Петербург, 2006), на конференции "Астро-2006"(АИ СПбГУ, Санкт-Петербург, 2006), на конференции "Нелинейный динамический анализ–2007", посвященной 150-летию со дня рождения А.М.Ляпунова (Санкт-Петербург, 2007). Опубликованы резюме многих докладов.

Основные идеи и результаты настоящей диссертации опубликованы в работах [13], [16], [17], [18], [19], [25]. Кроме того, результаты изложены в [12], [14], [15], [20], [6], [42], [22], [23], [43], [44], [7], [24], [39], [10], [5].

В работах, выполненных в соавторстве с К.В.Холшевниковым и посвященных точному решению задачи N тел для всех значений времени, автору принадлежит идея применения итераций пикаровского типа для построения решения, и реализация этой идеи для задачи N тел. Автору также принадлежит идея использования сходящихся итераций для получения качественных свойств движений и доказательства интегрируемости, а также обоснование сходимости итераций в задаче N тел в случае больших энергий. К.В. Холшевникову принадлежит обобщение метода построения точного решения с использованием итераций на общий случай систем с быстрыми и медленными переменными и математическое обоснование в этом случае. Доказательство существования интегралов дифференциальных уравнений в случаях сходимости итераций к точному решению для всех значений времени получено совместно Л.Л.Соколовым и К.В.Холшевниковым. В работах, выполненных в соавторстве с В.Б.Титовым и А.В.Елькиным и посвященных построению стохастических решений задачи N тел, автору принадлежат основные идеи и методы решения задач. В.Б.Титов и А.В.Елькин составляли компьютерные программы по алгоритмам, разработанным автором. Отладка программ и вычисления производились совместно. В совместных с Г.А.Кутеевой работах Л.Л.Соколову принадлежат постановки задач и основные методы их решения, вычисления — Г.А.Кутеевой. Оформление результатов производилось совместно. В работах, выполненных совместно с А.А. Башаковым и Н.П. Питьевым Л.Л.Соколову принадлежит построение порождающих траекторий астероида Apophis после 2036 года и их вычисление, А.А.Башакову и Н.П.Питьеву — создание и адаптация соответствующих программ, а также выбор множества начальных данных.

2 Содержание работы

Общая структура диссертации

Первая глава — введение — содержит постановку задачи и ее обоснование (*актуальность, новизна, научное и практическое значение*), краткое изложение содержания, выносимые на защиту результаты, а также перечень основных публикаций и конференций, симпозиумов, семинаров, где докладывались результаты диссертации.

Вторая глава — О свойствах траекторий задачи N тел — содержит краткий исторический обзор и краткий обзор литературы по теме диссертации.

Третья глава — Итеративный метод построения точных решений задачи N тел — посвящена траекториям быстро разбегающихся тел или тесных пар, когда итерации сходятся к точному решению, имеет место региональная интегрируемость задачи N тел и другие доказываемые в этой главе свойства движений.

Четвертая глава — Об условиях применимости итеративного метода — посвящена оценке условий сходимости итераций и областей, где имеет место региональная интегрируемость, а также сопоставлению условий теорем с результатами численного интегрирования и нахождению границ устойчивого движения, которое гарантируется доказанными в главе 3 теоремами.

Пятая глава — Траектории с однократным рассеянием — содержит описание особенностей некоторых типов траекторий рассеяния при тесном сближении в ограниченной задаче трех тел. Речь идет о траекториях обмена, которые могут быть получены с помощью обобщения итеративного метода главы 3, а также о методе точечных гравитационных сфер, позволяющем в ряде случаев просто и с приемлемой точностью описывать гравитационные маневры.

Шестая глава — Многократные рассеяния в планетной системе — посвящена описанию многократных рассеяний при сближениях с планетами с использованием аппарата символической динамики. Строятся порождающие квазислучайные решения и соответствующие им траектории. Подробно исследуются допустимые (согласно сегодняшней точности орбиты) опасные траектории АСЗ Апофис в области, где движение астероида стохастично.

Седьмая глава — заключение. Обсуждаются результаты, выносимые на защиту, сформулированы нерешенные задачи и направления исследований, интересные по мнению автора.

Сложность задачи N тел при $N > 2$ общеизвестна. Со времен Пуанкаре известны семейства траекторий, свойства которых не позволяют получить их полное описание простыми методами. Кратко об этом говорят, что задача N тел неинтегрируема. В то же время хорошо известно, что в некоторых областях фазового пространства точные решения задачи N тел на всей оси времени устроены сравнительно просто. Для таких движений нам удалось получить полное описание свойств траекторий на всей оси времени, а также итеративный алгоритм построения точного решения, причем итерации сходятся для всех значений времени. В частности, имеет место интегрируемость в классическом смысле слова. Кратко об этом мы будем говорить, что задача N тел (регионально) интегрируема. Эта интегрируемость означает существование в соответствующих областях $6N - 1$ гладких независимых функций от координат и скоростей, не являющихся константами, но постоянных на траекториях. Чтобы подчеркнуть, что интегрируемость имеет место не во всем пространстве, а лишь в некоторой инвариантной области, мы говорим о *региональной интегрируемости*. Соответствующие области фазового пространства имеют большой объем и просто устроены (точнее, можно выделить просто устроенные части этих областей). Сочетание простых и сложных движений нередко встречается в различных динамических системах [4].

В классической работе [9], посвященной идейным основам КАМ–теории, А.Н.Колмогоров отмечал недостаточную исследованность "простых" случаев задачи N тел, когда эти тела разлетаются. В.М.Алексеев [2], [3] сформулировал гипотезу об интегрируемости задачи трех тел в гиперболических случаях. Наши результаты, полученные в главе 3, касаются только части гиперболических движений, зато число тел произвольно.

Разработанные в главе 3 методы исследования допускает обобщения на более сложные варианты задачи N тел. Одно из таких обобщений представлено в главе 5. Оно позволяет получить исчерпывающее описание некоторых семейств траекторий обмена (а также захвата и распада) в ограниченной гиперболической задаче трех тел (пп.5.1, 5.2).

В случаях, когда общая энергия системы отрицательна и рассеяния происходят в "потенциальной яме", тела не разлетаются "на бесконечность". Это имеет место, например, при сближениях астероидов, комет, или космических аппаратов с планетами. Находясь на эллиптической гелиоцентрической орбите, астероид движется обычно по гиперболической планетоцентрической орбите. В результате рассеяния при прохождении в окрестности планеты эллиптическая гелиоцентрическая орбита трансформируется. В механике космического полета эта трансформация траектории космического аппарата называется гравитационным маневром. Многократные рассеяния в этой ситуации ведут к сложным траекториям, которые не только не являются интегрируемыми, но служат примером стохастического движения, так сказать, динамического хаоса.

Перед столкновением с Землей АСЗ обычно должен иметь с ней ряд сближений. Эта особенность подчеркивалась в нашей работе [21], где использовалась упрощенная модель движения. То же можно получить, если считать сближения случайными. Траектория Апофис подтверждает это важное свойство движенией опасных АСЗ и актуальность исследования многократных рассеяний.

В настоящей работе широко используются порождающие решения, что характерно для классической небесной механики. В главах 3 и 5 с их помощью строятся точные решения задачи N тел. Исследование индивидуальных стохастических траекторий и их численное построение (глава 6) оказывается невозможным без использования порождающих решений. В отличие от классики, где порождающие решения интегрируемы (например, решения задачи двух неподвижных центров), в главах 5, 6 мы используем квазислучайные порождающие решения.

Рассмотрим *содержание* более подробно.

Глава 2 посвящена истории вопроса. На примере задачи N тел хорошо видно, что исследование фундаментальных проблем, даже не имеющих на первый взгляд каких–либо приложений, в конце концов приносит неожиданные результаты, актуальность и практическое значение которых невозможно переоценить. Так, задача N тел со времен Ньютона играет заметную роль в развитии чистой и прикладной математики, которые в свою очередь в значительной мере определяют лицо современной технологической цивилизации.

Глава 2 содержит четыре параграфа. Параграф 2.1 содержит общие исторические замечания, в параграфе 2.2 кратко обсуждаются некоторые работы, посвященные траекториям рассеяния в задаче N тел. Параграф 2.3 посвящен проблеме интегрируемости задачи N тел, а параграф 2.4 — некоторым случаям хаотического (квазислучайного) движения в той же задаче, связанным с траекториями рассеяния и имеющим важные приложения в астрономии и механике космического полета.

"Простые" решения задачи трех и N тел с рассеяниями, отчасти именно из-за их простоты, сравнительно мало исследовались в классической небесной механике. Тем не менее еще Шази [32] выдвинул аргументы в пользу интегрируемости задачи N тел для таких движений. В.М.Алексеев [2], [3] сформулировал гипотезу об интегрируемости всех движений с уходами по крайней мере одного из трех тел "на бесконечность" (гиперболическая, гиперболоэллиптическая, гиперболопараболическая задачи). Все это случаи неглобальной интегрируемости. Приводятся примеры других динамических систем (не задачи N тел) с качественно различным поведением в разных областях фазового пространства. В работах В.В.Козлова [8] наряду с достаточными условиями глобальной неинтегрируемости (расщепление сепаратрис и т.п.) приводятся некоторые общие требования к интегрируемым системам.

Траектории с рассеяниями в задаче трех тел неоднократно исследовались (больше численно) в звездной динамике [34], [36], [37], [38], [45], [46], [35]. Последняя работа называется "Gravitational Scattering".

Для описания движения астероида Апофис в области динамического хаоса в главе 6 использовался аппарат теории квазислучайных движений, разработанной В.М.Алексеевым [2], [3]. Глава 2 содержит краткое описание основных идей и методов этой теории, применяемых далее. Данные, касающиеся самого астероида Апофис, приводятся в гл.6, п.6.5. В главе 2 также кратко обсуждается проблематика гравитационных маневров космических аппаратов у планет.

Глава 3 содержит методы и алгоритмы построения и исследования "простых" (в том числе регионально интегрируемых) траекторий некоторого класса динамических систем, среди которых нас интересует задача N тел. Ключевым моментом является возможность построения точных решений на всей оси времени с использованием итеративных алгоритмов, аналогичных применяемым при доказательстве классической теоремы существования и единственности обыкновенных дифференциальных уравнений (Пикара-Линделефа). Сходимость итераций обусловлена достаточно быстрым убыванием возмущающих сил в окрестности порождающего движения. В качестве порождающих движений рассмотрены прямолинейные равномерные (возможно в комбинации с кеплеровыми). Рассуждения во многом аналогичны классическим (например, [11]), где сжатие в соответствующем функциональном пространстве и сходимость итераций обусловлены малостью интервала времени. Мы используем другие малые величины, а интервал времени может быть и бесконечным при условии, что соответствующие интегралы сходятся и достаточно малы.

В параграфе 3.1 формулируется и доказывается основная теорема о построении точного решения на всей оси времени с помощью итераций пикаровского типа для динамической системы с быстрыми и медленными переменными. Для удобства проведения дальнейших исследований система преобразуется к простому виду (возможно, за счет увеличения размерности). В параграфе 3.2 рассмотрен разлет одиночных тел без сближений. Основная теорема параграфа 3.1 применяется к задаче N тел. Формулируется теорема, при выполнении условий которой движения будут регулярными, т.е. итерации сходятся к точному решению для всех значений времени, движение асимптотически прямолинейное и равномерное, имеет место региональная интегрируемость. В частности, справедливо утверждение: *пусть заданы массы, начальные координаты и начальные скорости тел и прямолинейные равномерные движения, определяемые этими начальными координатами и скоростями, не содержат соударений. Умножим массы, координаты и скорости на мас-*

штабные скалярные множители M, R, V соответственно. Тогда, если величина GM/RV^2 достаточно мала, получим систему регионально интегрируемых траекторий задачи N тел (G — гравитационная постоянная). Другими словами, движения регулярны в вышеприведенном смысле либо при достаточно малых массах тел, либо при достаточно больших скоростях тел, либо при достаточно больших расстояниях между телами.

Параграф 3.3 посвящен случаю, когда все (или некоторые) из разлетающихся одиночных тел заменяются тесными двойными подсистемами. Основная теорема оказывается применимой и к этому случаю, позволяя строго доказать продолжимость решений на всю ось времени, сходимость итераций к точному решению для всех значений времени, интегрируемость задачи и другие свойства, а также конструктивно выделить области регулярных движений. Однако сложность получающихся формул для мажорант делает весьма проблематичным получение близких к точным оценок для размеров этих областей. В п. 3.4 обсуждаются вопросы собственно интегрируемости систем рассматриваемого вида, то есть возможность построения полного набора не зависящих явно от времени интегралов. При условии сходимости итераций на всей оси времени такая возможность устанавливается сравнительно простыми рассуждениями. Дополнительно достаточно потребовать существования "быстрой переменной", то есть какой-нибудь координаты, монотонно меняющейся со временем, которой можно заменить время в соотношении, функционально связывающем начальные и текущие векторы состояния. В случае быстро разбегающихся тел такая координата очевидно существует. Поэтому использование термина "интегрируемая" является корректным.

В параграфе 3.5 итеративный метод применяется к ограниченной гиперболической задаче трех тел "Солнце-планета-звезда". Здесь нулевое приближение для траектории звезды — не прямолинейное равномерное движение, а движение по кеплеровой гиперболе. Однако общая теория (и теорема 1) может быть применена. Все рассуждения и выводы повторяются для получения более конкретных условий сходимости итераций (интегрируемости и т.п.). В результате можно существенно расширить область "простых" (в т.ч. регионально интегрируемых) движений в задаче N тел, включив туда важные для астрономии случаи.

Глава 4. Здесь обсуждается область применимости результатов, полученных в главе 3, конкретизируются условия доказанных там теорем. Результаты, полученные с использованием итераций, сравниваются с некоторыми точными решениями (параграф 4.1) и результатами численного интегрирования уравнений движения (параграф 4.2). В параграфе 4.2 приведены примеры областей интегрируемого движения задачи трех тел, полученные из условий вышеуказанных теорем с использованием мажорант. В п. 4.3 обсуждаются результаты п. 3.5 применительно к Солнечной системе и ее соседям с использованием модели ограниченной гиперболо-эллиптической задачи трех тел "Солнце - планета - пролетающая звезда". Иногда для краткости эта модель называется в диссертации "планетная гиперболическая задача". Характеристики ближайших звезд взяты из работы [41]. Показано, что условия интегрируемости, полученные в теоремах главы 3, выполняются для планет Солнечной системы и ближайших звезд. Можно сделать некоторые общие выводы о достаточных условиях устойчивости планетных систем относительно ближайших звезд. Кроме того, несложно получить аналитические оценки возмущений орбит планет ближайшими звездами. Стоит отметить любопытный факт: время устойчивости Солнечной системы по отношению к соседним звездам по порядку величины близко к времени ее устойчивости, обусловленному "хаотичностью" в движениях планет [40]; оно же близко ко времени существования Солнечной системы.

Для сравнения напомним, что обоснование применимости фундаментальных результатов КАМ-теории к конкретным астрономическим системам сталкивается с серьезными трудностями. Аналогична ситуация и с использованием фундаментальных результатов Сундмана. Полученные в диссертации оценки областей интегрируемости задачи N тел менее грубы и позволяют применять выводы об интегрируемости к астрономическим системам. Требования теорем главы 3 оказываются завышенными лишь на 1 – 4 порядка.

Параграф 4.4 посвящен эволюции эллиптической орбиты планеты под действием пролетающей звезды. Здесь мы не ограничиваемся случаем малых возмущений. Используя численное интегрирование уравнений движения,мы получаем условия устойчивости движения (экзо)планеты. Под устойчивостью имеется в виду сохранение эллиптического движения вокруг той же звезды после удаления пролетающей звезды при произвольном начальном положении планеты на невозмущенной орбите. Области устойчивости в пространстве "скорость пролетающей звезды – прицельное расстояние" аппроксимируются простыми функциями. Кроме того, обсуждаются некоторые особенности эволюции элементов орбиты планеты. Так, в ряде случаев наблюдается возвращение большой полуоси планеты к начальному невозмущенному значению после пролета звезды. Такая "адиабатичность" имеет место для небольших возмущений при условии небольшой скорости звезды на бесконечности, граница скорости примерно соответствует невозмущенной скорости планеты. Рассмотрены также условия различных сценариев неустойчивости, именно — перехода планеты на эллиптическую орбиту относительно звезды (обмена) и перехода планеты на гиперболическую орбиту относительно и звезды, и Солнца (распада). Вблизи границы неустойчивости при небольших скоростях звезды имеет место обмен, при больших — распад. Граничное значение скорости звезды на бесконечности, разделяющее эти сценарии, примерно соответствует невозмущенной круговой скорости планеты.

Пятая глава посвящена траекториям однократного рассеяния, при котором движение в результате сближения существенно изменяется. В двух первых параграфах этой главы обсуждается обобщение инструментария главы 3 на более сложные варианты задачи N тел. Рассматривается ограниченная задача трех тел с большими скоростями, однако сближения тел допускаются. В случае одного тройного сближения обобщение метода построения точных решений может быть получено, если разбить всю ось времени на три отрезка. На каждом из отрезков точное решение получается с помощью итераций. "Сшивка" этих точных решений позволяет получить обмен (а также захват и распад, рассматриваемые в главе 5 менее подробно) в ограниченной задаче трех тел. В результате мы получаем столь же полное описание траекторий, как и в интегрируемом случае, для существенно более сложных вариантов задачи трех тел. В п. 5.1 рассматриваются порождающие решения. По-прежнему они составлены из кеплеровых орбит и прямолинейных равномерных движений.

В п. 5.2 исследуется сходимость итераций к точному решению на всей оси времени, обосновывается утверждение о существовании траекторий обмена. Доказательство сходимости на первом и последнем интервале времени повторяет рассуждения главы 3, доказательство сходимости на среднем интервале времени повторяет рассуждения классической теоремы существования и единственности дифференциальных уравнений.

Любопытно вспомнить, что в середине XX века сама возможность существования траекторий обмена, захвата и распада в задаче трех тел была предметом жарких дискуссий, которые оказали большое стимулирующее влияние на развитие математики и астрономии [31], [32], [29], [28], [1]. В рассматриваемом случае положительной полной энергии существование их сегодня не может вызывать сомнений. Интересно, что возможно исчерпывающее описание траекторий обмена с помощью сходящихся итераций рассматриваемого типа, как и в случае интегрируемой системы.

Остальные параграфы главы 5 посвящены рассмотрению траекторий однократного рассеяния пробной точки (космического аппарата, астероида) при сближении с планетой. Рассеяние сответствует преобразованию гелиоцентрической орбиты астероида. В ряде случаев это преобразование хорошо аппроксимируется с помощью метода точечных гравитационных сфер (ТГС), описанного в параграфе 5.3. Планетоцентрические скорости должны быть большими, а сближения — тесными. Мы ограничиваемся рассмотрением таких случаев. В параграфе 5.4 с помощью метода ТГС получены условия захвата межзвездного тела (кометы) в Солнечную систему в результате сближения с планетой. Эти данные сравниваются с другими аналогичными результатами, имеющимися в литературе. Можно отметить приемлемую точность используемой простой модели. Параграф 5.5 посвящен обсуждению возможных результатов однократного рассеяния пробного тела у планеты в зависимости от параметров последней. В параграфе 5.6 оценивается влияние несферичности планеты на траекторию пробной точки при рассеянии.

Шестая глава посвящена рассмотрению проблем, связанных с многократными рассеяниями пробного тела (КА, астероида) в планетной системе. Метод ТГС (в своей области применимости) позволяет построить обозримое множество порождающих решений, обсуждаемое в параграфе 6.1. Орбиты соударения, используемые для порождающих решений, строятся с использованием классического аппарата небесной механики, решений задачи двух тел [27]. Некоторые свойства порождающих решений, в частности, области достижимости, рассмотрены в п. 6.2. Любопытно, что кеплеровы орбиты, пересекающие орбиты планет, в большинстве случаев могут быть соединены порождающей (ТГС) траекторией. То есть переход между ними возможен "без затраты топлива", только за счет гравитационных сил, однако, возможно, за большое время. Порождающие решения сложно устроены и являют собой пример стохастической динамики. Для их описания можно использовать введенный В.М.Алексеевым формализм квазислучайных движений ("маршрутные схемы", "допустимые переходы" и т.п.). Эти вопросы рассмотрены в параграфе 6.3. применительно к ограниченной круговой задаче трех тел. Важный для приложений аспект квазислучайности — потеря точности ("забывание начальных данных") при рассеяниях. Полученные результаты свидетельствуют о "забывании" 3–5 значащих цифр за одно рассеяние (сближение) в практически важных случаях. Связанные с этим трудности при численном построении квазислучайных траекторий обсуждаются в параграфе 6.4, где приводится метод последовательных приближений для численного построения стохастических траекторий, соответствующих порождающим квазислучайным движениям. Приводятся численные примеры, иллюстрирующие обсуждаемые свойства траекторий.

Параграф 6.5 посвящен астероиду Апофис — одному из самых опасных для землян АСЗ — истории его открытия, параметрам орбиты и их точности, достоверно установленному сближению с Землей в апреле 2029 года, а также возможному сближению или соударению в апреле

2036 года. В параграфе 6.6 с использованием методов символической динамики и точечных гравитационных сфер построены порождающие квазислучайные решения для траекторий возможного соударения Апофис с Землей. В парарафе 6.7 с использованием интегратора Эверхарта и современных динамических моделей Солнечной системы (DE 403, DE 405), а также квазислучайных порождающих решений, получены возможные (в соответствии с современной точностью орбиты Апофис) траектории опасных сближений и соударений Апофис с Землей после 2036 года. Движение астероида тогда может стать совершенно непрогнозируемым.

В Заключении (**глава 7**) сформулированы и обсуждаются основные результаты, полученные в диссертации и выносимые на защиту. Рассматриваются актуальные нерешенные задачи.

В Приложение (**глава 8**) вынесены вспомогательные математические предложения, используемые при доказательстве теорем главы 3, и некоторые иллюстрации.

Работа по теме настоящей диссертации проходила при финансовой поддержке грантов РФФИ, грантов Госкомвуза, а также Государственной Научно-Технической Программы "Астрономия", Федеральной Целевой Программы с тем же названием, Программы "Ведущие научные школы", Программы "Развитие научного потенциала высшей школы" Министерства образования и науки Российской Федерации.

Автор благодарен научному консультанту проф. К.В.Холшевникову, под руководством которого работал со студенческих лет; коллегам из СПбГУ, а также коллегам из НПО им. Лавочкина и других организаций, с которыми ему посчастливилось сотрудничать.

Список литературы

[1] Алексеев В.М. Обмен и захват в задаче трех тел. 1956. Доклады Академии Наук СССР, т. 108, N 4, с. 599-602.

[2] Алексеев В.М. Финальные движения взадаче трех тел и символическая динамика. 1981. Успехи математических наук, т. 36, N 4, с. 161-176.

[3] Алексеев В.М. Лекции по небесной механике. 2001. Ижевск. 156 с.

[4] Антонов В.А. Соотношение упорядоченности и беспорядка в движении тела в гравитирующей системе. 1983. Докторская диссертация. Ленинград, СПбГУ, 161 с.

[5] Башаков А.А.,Питьев Н.П.,Соколов Л.Л. О движении астероида 99942 Apophis (2004 MN4). Астрономия 2006: традиции, настоящее и будущее. К 125-летию Астрономической обсерватории Санкт-Петербургского государственного университета (1881–2006). Рабочие материалы. Санкт-Петербург 2006, с. 9.

[6] Елькин А.В., Соколов Л.Л. Построение и характеристики траекторий с гравитационными маневрами. 1995. Труды XIX Научных чтений по космонавтике. Прикладная небесная механика и управление движением. Москва, ИИЕТ РАН, с. 10.

[7] Елькин А.В., Соколов Л.Л., Титов В.Б., Шмыров А.С. Квазислучайные движения в гравитационном поле N планет. 2003. Труды Астрономической обсерватории СПбГУ, Ленинградского университета, т. 45, вып. 436, с. 73-114.

[8] Козлов В.В. Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике. 1995. Издательство Удмуртского государственного университета. Ижевск. 432 с.

[9] Колмогоров А.Н. Общая теория динамических систем и классическая механика. 1961. Серия “Современные проблемы математики”. Международный математический конгресс в Амстердаме 1954 г. (обзорные доклады). Гос. изд-во физ.-мат. литературы, М., с. 187-208.

[10] Кутеева Г.А., Соколов Л.Л. Области устойчивого движения экзопланет. Труды VI Поляховских Чтений. СПбГУ. 2006. с. 270-277.

[11] Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. 1970. М., Наука, 280 с.

[12] Соколов Л.Л. О некоторых решениях гиперболической ограниченной задачи трех тел (предельный случай больших эксцентриситетов). 1986. Труды Томского гоуниверситета. Астрономия и геодезия, вып. 14, с. 93-102.

[13] Соколов Л.Л., Холшевников К.В. Об интегрируемости задачи N тел. 1986. Письма в “Астрономический журнал”, т. 12, N 7, с. 557-561.

[14] Соколов Л.Л., Холшевников К.В. О точном решении задачи N тел в области больших энергий. 1987. Труды Астрономической обсерватории Ленинградского университета, т. 41, вып. 63, с. 175-193.

[15] Соколов Л.Л. О построении аналитических решений задачи N тел. 1990. Аналитическая небесная механика, под ред. К.В.Холшевникова. Изд. Казанского университета, с. 11-17.

[16] Соколов Л.Л., Титов В.Б., Холшевников К.В. О свойствах некоторых движений космического аппарата вблизи Юпитера. 1990. Вестник Ленинградского Университета, серия 1, вып.3, с. 107-112.

[17] Соколов Л.Л., Титов В.Б. Траектории КА с гравитационными маневрами. 1991. Вестник Ленинградского Университета, серия 1, вып.3, с. 111-114.

[18] Соколов Л.Л. Решения задачи трех тел и случайные процессы. 1991. Вестник Ленинградского Университета, серия 1, вып.4, с. 30-38.

[19] Соколов Л.Л., Холшевников К.В. Региональная интегрируемость задачи N тел. 1992. Дифференциальные уравнения, т. 28, N 3, с. 437-441.

[20] Соколов Л.Л., Титов В.Б. Построение неустойчивых траекторий в ограниченной N-планетной задаче. 1994. Международная конференция “Современные проблемы теоретической астрономии”. Тезисы докладов. Т.2. Санкт-Петербург, ИТА РАН, с. 71-72.

[21] Л.Л.Соколов А.В.Елькин. О последовательных прохождениях АСЗ в окрестностях Земли. Астероидная опастность–95. 23-25 мая 1995г. С.–Петербург. Тезисы докладов. Том 2. с. 41.

[22] Соколов Л.Л. О решении неинтегрируемых задач динамики. 1997. Proceedings of the International Conference “Structure and Evolution of Stellar Systems”, Petrozavodsk, Karelia, Russia, 13-17 August 1995. St.Petersburg, 1997, p. 16-22.

[23] Соколов Л.Л. Орбиты соударения и квазислучайные движения. 2000. Материалы конференции “Астрометрия, геодинамика и небесная механика на пороге XXI века”, Санкт-Петербург, ИПА РАН, с. 225-226.

[24] Соколов Л.Л., Холшевников К.В. Аналитическое представление решения задачи N тел в некоторых областях фазового пространства. 2004. Труды Института прикладной астрономии РАН, вып. 11, с. 151-192.

[25] Соколов Л.Л. О решении задачи N тел в области больших энергий вне соударений. 2005. Вестник Санкт-Петербургского университета, сер. 1, вып. 1, с. 125-137.

[26] Астероидно-кометная опасность. Под ред. А.Г.Сокольского. ИТА РАН, МИПАО, Санкт-Петербург, 1996. 244 с.

[27] Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. 1968. М., Наука, 800 с.

[28] Хильми Г.Ф. О возможности захвата в задаче трех тел. 1948. Доклады Академии Наук СССР, т. LXII, N1, с. 39-42.

[29] Шмидт О.Ю. О возможности захвата в небесной механике. 1947. Доклады Академии Наук СССР, 582, с. 213-216.

[30] Ягудина Э.И., Шор В.А. Орбита АСЗ (99942) Apophis = 2004 MN4 из анализа оптических и радарных наблюдений. Всероссийская конференция "Астероидно–кометная опасность — 2005"(АКО-2005). Материалы конференции. Санкт-Петербург, ИПА РАН, 2005, с. 355-358.

[31] Bekker L. On capture orbits. 1920. Monthly Notices Royal Astron. Soc., v. 809, p. 590-597.

[32] Chazy J. Sur l'allure finale du mouvement dans le problème des trois corps. 1932. Bull. Astr., t. 8, p. 403-436.

[33] Chesley S.R. Potential Impact Detection for Near-Earth Asteroids: the Case of 99942 Apophis (2004 MN_4). 2005. Asteroids, Comets, Meteors Proceedings IAU Symposium No. 229. S. Ferraz-Mello & D. Lazzaro, eds. Cambridge University Press. 2006, p. 215-228.

[34] Heggie D.C. Binary evolution in stellar dynamics. 1975. Mon.Not.R.astr.Soc., 173, p. 729-787.

[35] Heggie D.C. Gravitational Scattering. 2006. Few-Body Problem: Theory and Computer Simulations. C.Flynn, ed. Annales Universitatis Turkuensis, Series 1A, Vol. 358, 2006, p. 20-28,

[36] Hills J.G. Close encounters between a star-planet system and a stellar intruder. 1984. The Astronomical Journal, v. 89, N 10, p. 1559-1564.

[37] Hills J.G., Dissly R.W. Close encounters between star-planet systems and stellar intruders. 1986. II. Effect of the mass and impact velocity of the intruder. The Astronomical Journal, v. 98, N 3, p. 1069-1082.

[38] Hut P. Hard binary-single star scattering cross sections for equal masses. 1984. The Astrophysical Journal Supplement Series, 55, p. 301-317.

[39] Kuteeva G., Sokolov L. Exoplanets orbital evolution under the influence of nearby stars. 2006. Few-Body Problem: Theory and Computer Simulations. C.Flynn, ed. Annales Universitatis Turkuensis, Series 1A, v. 358, 2006, p. 131-134,

[40] Laskar J. Large-scale chaos and marginal stability in the Solar system. 1996. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 64, N 2, p. 115-162.

[41] Mullary A.A., Orlov V.V. Encounters of the Sun with nearby stars in the past and future. 1996. Earth, Moon and Planets, 72, p. 19-23.

[42] Sokolov L.L. Families of Integrable and Stochastic Trajectories in the N-Body Problem. 1995. Astronomy and Astrophysics Transactions, v. 7, N 4, p. 275-276.

[43] Sokolov L.L. On Conditions of the N-Body Problem Integrability. 2001. Proceedings of the International Conference "Stellar Dynamics: from Classic to Modern", held in Saint Petersburg, August 21-27, 2000, ed. L.P.Ossipkov, I.I.Nikiforov, p. 243-247.

[44] Sokolov L.L. On the Comet Capture Conditions. 2001. Proceedings of the International Conference "Stellar Dynamics: from Classic to Modern", held in Saint Petersburg, August 21-27, 2000, ed. L.P.Ossipkov, I.I.Nikiforov, p. 255-259.

[45] Valtonen M.J. The General Three-Body Problem in Astrophysics. 1988. Vistas in Astronomy, v. 32, p. 23-48.

[46] Valtonen M., Karttunen H. The Three-Body Problem. 2006. Cambridge University Press. 345 p.