Методика расчета допустимого шага дискретизации цифровой модели рельефа в зависимости от степени пересечённости местности

© А. И. Яковлев, В. Ф. Алексеев, Д. О. Медянников, К. К. Жбанов

Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург, Россия

Реферат

В статье рассмотрена методика расчёта шага дискретизации регулярных цифровых моделей рельефа. Расчёт дискретности моделей рельефа необходим для оптимального расходования информационных ресурсов тех вычислительных средств, в которых используются цифровые модели рельефа. Цель исследования состояла в установлении такого шага дискретизации модели рельефа, который позволил бы восстановить функцию рельефа с требуемой точностью для любого физико-географического района. Для достижения цели исследования решено 2 задачи: выполнено районирование рельефа в зависимости от его сложности, а также рассчитаны возможные значения шага дискретизации моделей рельефа для различных исходных условий.

Рассмотрены известные подходы к решению задачи дискретизации функции, в основе которых лежит теорема В. А. Котельникова. Выявлено, что исходными данными для расчёта дискретизации функции являются её статистические характеристики (дисперсия и радиус корреляции). Экспериментально исследованы статистические характеристики различных форм рельефа. Установлено, что дисперсия рельефа подчиняется закону равномерного распределения, а радиус корреляции может изменяться в широких пределах. Выполнен расчёт диапазонов значений дисперсии для всех типов рельефа и назначен возможный интервал значений радиусов корреляции.

В результате с использованием известных подходов рассчитаны значения шага дискретизации цифровых моделей рельефа в зависимости от степени пересечённости местности и требуемой точности восстановления функции высоты. Различные подходы дали схожие результаты. На основании расчётных данных предложено установить фиксированный ряд дискретности моделей рельефа (45, 20, 13, 10 и 5 м), соответствующий пяти типам рельефа, которые классифицированы по диапазонам дисперсии.

Ключевые слова: цифровые модели рельефа, шаг дискретизации, марковские модели, районирование рельефа, статистические характеристики рельефа.

Контакты для связи: Жбанов Константин Константинович (zhbanovkk@mail.ru).

Для цитирования: Яковлев А. И., Алексеев В. Ф., Медянников Д. О., Жбанов К. К. Методика расчета допустимого шага дискретизации цифровой модели рельефа в зависимости от степени пересечённости местности // Труды ИПА РАН. 2021. Вып. 57. С. 41–47.

https://doi.org/10.32876/ApplAstron.57.41-47

The Method of Calculating the Permissible Sampling Step of the Digital Elevation Model Depending on the Degree of Terrain Roughness

A. I. Yakovlev, V. F. Alekseev, D. O. Medyannikov, K. K. Zhbanov

Military Space Academy Named after A. F. Mozhaisky, Saint-Petersburg, Russia

Abstract

The article discusses the method of calculating the sampling step of regular digital elevation models. The calculation of the discreteness of relief models is necessary for the optimal use of information resources of those computing tools in which digital relief models are used. The aim of the study was to establish such a step in the discretization of the relief model, which would allow to restore the relief function with the required accuracy for any physical and geographical area. To achieve the purpose of the study, 2 tasks were solved: terrain zoning was performed depending on its complexity, and possible values of the step of discretization of relief models for various initial conditions were calculated.

The well-known approaches to solve the problem of function discretization based on V. A. Kotelnikov's theorem are considered. It is revealed that the initial data for calculating the discretization of a function are its statistical characteristics (dispersion and correlation radius). Statistical characteristics of various relief forms have been experimentally investigated. It is established that the dispersion of the relief obeys the law of equal-dimensional distribution, and the radius of correlation can vary widely. The ranges of variance values for all types of relief are calculated and a possible range of values of correlation radii is assigned.

As a result, the values of the sampling step of digital relief models are calculated depending on the degree of terrain roughness and the required accuracy of restoring the height function using known approaches. Different approaches have

produced similar results. Based on the calculated data, it is proposed to establish a fixed range of discreteness of relief models (45, 20, 13, 10 and 5 m) corresponding to five types of relief, which are classified by dispersion ranges.

Keywords: digital elevation models, sampling step, Markov models, zoning terrain, statistical characteristics of the terrain.

Contacts: Konstantin K. Zhbanov (zhbanovkk@mail.ru).

Для цитирования: Yakovlev A. I. Alekseev V. F. Medyannikov D. O. Zhbanov K. K. The method of calculating the permissible sampling step of the digital elevation model depending on the degree of terrain roughness // Transactions of IAA RAS. 2021. Vol. 57. P. 41–47.

https://doi.org/10.32876/ApplAstron.57.41-47

Введение

Цифровая модель рельефа (ЦМР) — это определенная форма представления исходных данных и способ их структурного описания, позволяющие восстановить исходную поверхность рельефа территории местности в цифровом виде <u>(Дементьев,</u> <u>2010)</u>.

Для решения прикладных задач функция высот рельефа H(x, y) задаётся дискретно в узлах регулярной сетки с некоторым шагом $\Delta x \times \Delta y$. Очевидно, что чем меньше шаг $\Delta x \times \Delta y$, тем подробнее описывается функция рельефа. Вместе с тем, использование ЦМР в различных программных продуктах накладывает ограничения на объём информационных и вычислительных ресурсов, которые могут быть выделены на хранение и обработку модели. Поэтому необходимо рассчитать допустимый шаг дискретизации модели, при котором рельеф будет описан с требуемой точностью при минимально возможным количеством элементарных площадок $\Delta x \times \Delta y$ (для конкретного типа рельефа).

Проблема определения дискретности функции решалась в работах (Нейман, 1991) и (Алексеев, 1999). В работе (Нейман, 1991) в основу вывода была положена идея о том, что дисперсия ошибки за счёт дискретизации d представляет собой разность дисперсий полного D и сглаженного \overline{D} сигналов:

$$d = D - \overline{D}.$$

Вывод формулы для расчёта допустимой дискретности функции осуществлен с использованием марковской модели II порядка:

$$\Delta \leq \frac{2R}{D},$$

где *R* — радиус корреляции функции.

Этот же подход, но с использованием марковской модели IV порядка, применительно к задаче дискретизации рельефа реализован в работе (Литинский, 2019). Там же получено уравнение

$$\Delta = R_H \sqrt[4]{\frac{d}{0.07D_H}} = R_H \sqrt[4]{\frac{m_H^2}{0.07D_H}},$$
(1)

где Δ — расстояние между узловыми точками ЦМР; D_H — дисперсия высот рельефа; R_H — радиус корреляции высот рельефа; m_H — средняя квадратическая ошибка (СКО) определения высот рельефа.

В работе (Алексеев, 1999) задача определения допустимой дискретности решалась исходя из начального условия, что спектр ошибок за счёт осреднения исходной функции по площадкам размером $\Delta x \times \Delta y$ представляет собой разность спектров Фурье для полного и сглаженного сигналов. В результате преобразований получено уравнение

$$m_{H}^{2} = 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left| 1 - \Pi^{\alpha \pi}(\omega_{x}, \omega_{y}) \right|^{2} \left| S_{\Delta}^{\delta}(\omega_{x}, \omega_{y}) \right|^{2} d\omega_{x} d\omega_{y}, \qquad (2)$$

где (ω_x, ω_y) — круговые частоты; $S^{\delta}_{\Delta}(\omega_x, \omega_y)$ — функция спектральной площади мощности (СПМ) точного поля; $\Pi^{\text{сгл.}}$ — оператор сглаживания, вычисляемый по формуле

$$\Pi^{\text{err}}(\omega_x, \omega_y) = \frac{\sin\frac{\Delta x \cdot \omega_x}{2}}{\frac{\Delta x \cdot \omega_x}{2}} \cdot \frac{\sin\frac{\Delta y \cdot \omega_y}{2}}{\frac{\Delta y \cdot \omega_y}{2}}.$$
 (3)

Для использования уравнения (2) применительно к задаче дискретизации рельефа, необходимо определить вид функции $|S_H(\omega_x, \omega_y)|^2$, характеризующей СПМ поля высот рельефа. Согласно (Левицкая, 1988) для марковской модели IV порядка функция СПМ будет иметь вид

$$\left|S_{H}(\omega_{x},\omega_{y})\right|^{2} = \frac{35D_{H}\left(\omega_{x}^{2}+\omega_{y}^{2}\right)}{4\pi\mu^{5}\left[\mu^{-2}+\left(\omega_{x}^{2}+\omega_{y}^{2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}},$$
(4)

где D_H — дисперсия функции H(x, y); μ — параметр, связанный с радиусом корреляции высот рельефа R_H соотношением

$$\mu = R_H / 1.860.$$

С учётом выражений (3) и (4), формулу (2) для вычисления СКО определения высот окончательно запишем в виде

$$m_{H}^{2} = 140 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D_{H} \left(\omega_{x}^{2} + \omega_{y}^{2}\right)}{4\pi\mu^{5} \left[\mu^{-2} + \left(\omega_{x}^{2} + \omega_{y}^{2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}} \left(1 - \frac{\sin\frac{\Delta x \cdot \omega_{x}}{2}}{\frac{\Delta x \cdot \omega_{x}}{2}} \cdot \frac{\sin\frac{\Delta y \cdot \omega_{y}}{2}}{\frac{\Delta y \cdot \omega_{y}}{2}}\right)^{2} d\omega_{x} d\omega_{y}.$$
(5)

С помощью уравнения (5) допустимая дискретность находится методом итераций для допустимых значений m_H и по заданным статистическим характеристикам рельефа.

При решении задачи расчёта допустимой детальности представления рельефа в виде ЦМР будем использовать оба рассмотренных подхода с целью сопоставления полученных результатов.

Важно отметить, что и в обоих подходах использована гипотеза об изотропности оцениваемой функции, что, применительно к рельефу выполняется крайне редко. Поэтому для получения объективных оценок дискретности предлагается решить 2 задачи:

1) выполнить районирование рельефа по сложности его структуры;

2) оценить допустимую дискретность представления рельефа для различных его типов, используя зависимости (1) и (5).

Процедура районирования рельефа по сложности его структуры

Районирование рельефа необходимо выполнить для определения диапазона статистических характеристик, типичных для того или иного типа рельефа. К статистическим характеристикам рельефа относятся дисперсия и радиус корреляции.

Дисперсия функции высот рельефа местности вычисляется по формуле

$$D_H = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta H_i^2, \qquad (6)$$

где $\Delta H_i = H_i - H_{cp.}$, $H_{cp.} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H_i$, N — количество при-

нятых в обработку значений высот *H*_i.

Для вычисления радиуса корреляции сначала выполняется построение высотного профиля исследуемой территории, а затем вычисляется дисперсия профиля по формуле (6). После чего строится эмпирическая автоковариационная функция высот:

$$K_{H}(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} \Delta H_{i} \cdot \Delta H_{i+m}.$$
(7)

здесь i = 1, ..., N-m; N — число точек высотного профиля; m — целая переменная, принимающая значения 1, 2 ... (N-m), она соответствует числу интервалов r между точками профиля. Ковариационные моменты функции при этом вычисляются последовательно для интервалов r; 2r; 3r...

В заключение по автоковариационной функции определялся радиус корреляции:

$$K_H(D_H/e) = R_H. \tag{8}$$

По возвышению над уровнем моря и степени расчлененности земной поверхности различают три основных типа рельефа: равнинный, холмистый и горный. Их классификация по степени пересечённости, высоте над уровнем моря, относительному превышению и крутизне скатов приведена в табл. 1 (Гаврилов, 2018).

Ценность сведений, представленных в табл. 1, заключается в численном выражении основных характеристик рельефа местности для различных его типов. Поэтому становится возможным рассчитать максимально возможные для каждого типа рельефа значения дисперсии, а также экспериментально определить диапазон значений дисперсии и радиуса корреляции различных типов местности, в соответствии с принятой классификацией рельефа.

Таблица 1

Тип рельефа		Основные характеристики							
		Степень пересечен- ности местности	Высота над уровнем моря, м	Относительное превышение, м	Крутизна скатов, град				
	Равнинный		< 300	< 25	< 1				
Холмистый		слаоая	< 500	25 - 200	2-3				
	Низкие горы	средняя	500-1000	200 - 500	5-10				
Горный	Средневысокие горы		1000-2000	500 - 1000	10-25				
	Высокие горы	сильная	> 2000	> 1000	> 25				

Классификация типов рельефа

Относительные превышения, указанные в табл. 1, представляют собой разность Δ_H максимального и минимального значения высот точек местности H_i , характерных для конкретного типа рельефа. Иначе говоря, все значения высот того или иного типа рельефа находятся в интервале Δ_H . Вследствие случайности функции рельефа корректно утверждать, что высоты, находящиеся в диапазоне Δ_H , могут с равной вероятностью принимать любые значения данного диапазона, то есть подчиняются закону равномерного распределения. В соответствии с законом равномерного распределения наибольшую величину дисперсии, характерную для конкретного типа рельефа, будем рассчитывать по формуле:

$$D_{H\max} = \frac{{\Delta_H}^2}{12}.$$
 (9)

Понятно, что радиус корреляции для различных типов рельефа, в отличие от дисперсии, предвычислить невозможно, вследствие непредсказуемости функции высоты рельефа. Вместе с тем, практически возможно определить диапазон значений, которые может принимать радиус корреляции, исследовав статистические характеристики основных типов рельефа на тестовых участках. Участки местности будем подбирать в соответствии с требованиями, предъявляемыми к классификации рельефа, которые указаны в табл. 1.

Следует заметить, что изотропность рельефа на любом исследуемом участке неочевидна. Поэтому при проведении статистического анализа любой территории имеет смысл получать эмперическую автоковариационную функцию по различным направлениям. За окончательное значение статистических параметров следует принимать наибольшее значение дисперсии и наименьшее значение радиуса корреляции.

С целью расчёта диапазона значений дисперсии и радиуса корреляции было выбрано 15 произвольных участков местности, наиболее характерных для различных типов рельефа (равнинный, холмистый, низко-, средне- и высокогорный), при этом каждый тип рельефа представлен 3 различными территориями. На исследуемых участках по направлениям «север–юг» и «запад– восток» были построены высотные профили протяжённостью 30 км, с расстоянием между точками 30 м. Построения выполнялись в программном продукте «ГИС Оператор» с использованием глобальных ЦМР АW3D30 и Сорегпісиs, имеющими разрешение 30 м. Модели рельефа на требуемые районы были загружены из сети «Интернет» с геопорталов (<u>AW3D30</u>) и (<u>Copernicus</u>). Вычисление статистических характеристик осуществлялись по формулам (6), (7) и (8), дополнительно по формуле (9) вычислялось максимально возможное значение дисперсии для различных значений перепада высот. Результаты представлены в табл. 2.

Анализ данных, представленных в табл. 2, позволяет сделать вывод о том, что дисперсия увеличивается с возрастанием перепада высот. Значения дисперсий, полученные экспериментально, не превышают значений, рассчитанных по формуле (9), что говорит об эффективности применения данной формулы для проведения статистического анализа.

Радиус корреляции соответствует такому расстоянию между точками рельефа, на котором эти точки становятся некоррелированными величинами. В проведённом исследовании показано, что радиус корреляции рельефа может принимать значения от нескольких сотен до нескольких тысяч метров. При этом и большие и малые значения радиусов корреляции могут быть характерны как для слабо-, так и для сильнопересечённых районов. Последнее обстоятельство может быть объяснено тем, что один и тот же тип рельефа может иметь различную степень изрезанности. На рис. 1 представлены профили рельефа равнинной местности, обладающие большим (рис. 1а) и малым (рис. 1*b*) радиусами корреляции, а также профили рельефа горной местности, обладающие большим (рис. 1*c*) и малым (рис. 1*d*) радиусом корреляции.

Таким образом, возможно сделать следующие выводы:

1) радиус корреляции в большей степени зависит от степени изрезанности, чем от типа рельефа местности;

2) радиус корреляции тем больше, чем меньше изрезанность рельефа.



Рис. 1. Профили рельефа равнинной (*a*, *b*) и горной (*c*, *d*) местности с различными радиусами корреляции 44

Таблица 2

TA V	Проф		$H_{ m max}$, м	Δ <i>н</i> , м	<i>Н</i> ср., м	Диспер		
Координаты района	Профиль	H_{\min}, M				Расчётная	Фактическая	<i>КН</i> , М
Равнинная местность								
50°32' с.ш.	СЮ	7	22	15	14	19	11	7020
49°35' в.д.	ЗВ	10	20	10	14	8	1	1080
58°24' с.ш.	СЮ	86	116	30	98	75	31	1830
72°34' в.д.	ЗВ	91	118	27	99	61	20	480
27°10' ю.ш.	СЮ	4	41	37	23	114	80	1260
137°17' в.д.	ЗВ	10	42	32	25	85	39	150
Холмистая местность								
58°45' с.ш.	СЮ	154	208	54	181	243	81	180
34°13' в.д.	ЗВ	158	227	69	186	397	284	6660
57°32' с.ш.	СЮ	242	328	86	280	616	370	3390
60°29' в.д.	ЗВ	222	324	102	276	867	720	5850
45°19' с.ш.	СЮ	27	155	128	79	1365	805	3090
36°12' в.д.	ЗВ	48	135	87	97	631	407	2010
Низкие горы								
43°28' с.ш.	СЮ	210	640	430	502	15408	9707	930
131°12' в.д.	ЗВ	544	807	263	685	5764	3395	3870
56°29' с.ш.	СЮ	427	693	266	530	5896	5196	3690
59°44' в.д.	ЗВ	365	692	327	484	8911	4141	3810
56°27' с.ш.	СЮ	123	900	777	513	50311	40999	1350
4°26' з.д.	ЗВ	131	915	784	538	51221	35878	4290
Средневысокие горы								
64°33' с.ш.	СЮ	503	1559	1056	911	92928	46312	1410
59°33' в.д.	ЗВ	350	1616	1266	688	133563	71802	3540
67°12' с.ш.	СЮ	554	1902	1348	1201	151425	105049	2880
17°37' в.д.	ЗВ	777	1834	1057	1304	93104	54003	1170
35°39' с.ш.	СЮ	597	1806	1209	1215	121807	119639	3870
83°16' з.д.	ЗВ	1044	1913	869	1456	62930	34562	1320
Высокие горы								
12°31' ю.ш.	СЮ	1182	3828	2646	2775	583443	501746	5280
72°08' з.д.	ЗВ	1021	3902	2881	2687	691680	614977	7320
43°21' с.ш.	СЮ	2075	2443	368	2281	11285	5865	720
42°27' в.д.	ЗВ	2699	5597	2898	3686	699867	638725	3990
31°24' с.ш.	СЮ	4273	5186	913	4700	69464	42275	2160
98°19' в.д.	ЗВ	3621	5063	1442	4424	173280	129191	2340

Статистические характеристики, вычисленные для различных форм рельефа

В табл. 3 представлены статистические характеристики рельефа: диапазон значений дисперсии, полученный с использованием формулы (9), а также диапазон радиусов корреляции, полученный экспериментально. Статистические характеристики представлены с некоторым «запасом прочности», относительно расчётных и экспериментальных значений для гарантированного учёта всех возможных форм рельефа, встречающихся на земной поверхности.

Таблица 3

Возможные значения дисперсий и радиусов корреляции, характерные для различных форм рельефа

Тип рельефа Дисперсия, м ²		Радиус корреляции, м							
Равнинный	0–200				1000	2000	5000	10000	
Холмистый	200-5000	50		500					
Низкие горы	5000-50000		100						
Средневысокие горы	50000 - 150000								
Высокие горы	150000-3000000								

Таким образом, решение задачи районирования рельефа позволяет перейти к расчёту допустимой дискретности представления различных типов рельефа в форме цифровой модели.

Расчет допустимой детальности определения узловых точек ЦМР

Расчёт допустимой дискретности ЦМР будем выполнять с использованием формул (1) и (5). Для получения значений дискретности и в том и в другом случае необходимо знать статистические характеристики рельефа (D_H и R_H), а также требуемую точность определения высот рельефа по ЦМР (m_H) .

Статистические характеристики различных типов рельефа представлены в табл. 3. Точность лучших ЦМР, полученных методом космической съёмки составляет от 3 до 5 м, в зависимости от степени пересечённости рельефа. Поэтому становится возможным рассчитать допустимую дискретность ЦМР, в зависимости от сложности рельефа. Результаты расчёта дискретности по формулам (1) и (5) представлены в табл. 4.

Таблица 4

Тип рольофа	Дисперсия,	Применяемая формула	Радиус корреляции, м						
тип релвефа	M^2		50	100	500	1000	2000	5000	10000
			$m_H = 3$	М					
Donuur	200	1	45	90	448	895	1791	4477	8954
гавнинныи	200	5	60	98	476	953	1908	4780	9595
Vomeromers	i 5000	1	20	40	200	400	801	2002	4004
лолмистыи		5	25	39	179	359	719	1800	3609
			$m_H = 4$	M					
Umarana poper	горы 50000	1	13	26	130	260	520	1300	2600
пизкие горы		5	16	25	112	224	448	1122	2250
$m_H = 5 \text{ M}$									
Средневысокие	150000	1	11	22	110	221	442	1104	2209
горы	190000	5	13	21	94	188	377	943	1890
Bi tootuto popiti	2000000	1	5	10	52	104	209	522	1045
высокие горы	3000000	5	6	10	43	86	172	432	866

Расчёт допустимой дискретности представления ЦМР для различных статистических характеристик рельефа, м

Заключение

Относительные расхождения значений дискретности, вычисленных с использованием двух различных подходов, не превышают 25 %. Рассчитанные значения тем больше, чем выше степень пересечённости местности (то есть дисперсия высот рельефа) и чем больше радиус корреляции рельефа.

В общем случае радиус корреляции может принимать широкий диапазон значений на ограниченном участке местности. Вычислять радиус корреляции для каждого картографируемого участка местности неудобно с практической точки зрения. Поэтому в качестве максимально допустимого расстояния между узловыми точками модели рельефа следует установить значения дискретности, рассчитанные при минимально возможном радиусе корреляции, что необходимо для гарантированного выполнения требований к точности восстановления функции рельефа в форме дискретных значений на любом участке местности.

Таблица 5

Эпачения шага дискретизации цит в зависимости от типа рельефа						
Тип рельефа	Дисперсия, м 2	Шаг дискретизации ЦМР, м				
Равнинный	0–200	45				
Холмистый	200 - 5000	20				
Низкие горы	5000-50000	13				
Средневысокие горы	50000 - 150000	10				
Высокие горы	150000 - 3000000	5				

Значения шага дискретизации ЦМР в зависимости от типа рельефа

Классификация картографируемых территорий по типу рельефа затруднений не вызывает и может быть однозначно выполнена по рассчитанному с помощью формулы (6) значению дисперсии. Заметим, что вычисление дисперсии с помощью геоинформационных систем, таких как «ГИС Оператор», является тривиальной задачей. Поэтому для каждого типа рельефа установим фиксированное значение дискретности для создания ЦМР, которое рассчитано при минимальном радиусе корреляции. При этом из двух решений (по формулам (1) и (5)), полученных для каждого типа рельефа при минимальном радиусе корреляции, выберем наименьшее значение. Значения шага дискретизации ЦМР, которые предлагается установить в качестве фиксированных значений в зависимости от типа рельефа, представлены в табл. 5.

Таким образом, задача исследования может считаться выполненной. Установлен такой шаг дискретизации ЦМР, который гарантированно позволяет восстанавливать функцию рельефа на требуемом уровне точности для всех возможных вариантов топографии земной поверхности.

Литература

Алексеев В. Ф., Яковлев А. И. Об определении шага дискретизации гравиметрической информации //

Маркшейдерское дело и геодезия. Современные и исторические аспекты развития маркшейдерии в России и за рубежом. 1999. С. 92–94.

Гаврилов А. В. Военная топография: учебник / А. В. Гаврилов, В. А. Андреев, Д. М. Петров, В. Н. Филатов и др.; под общ. ред. А. Н. Зализнюка. 3-е изд. СПб.: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2018. 528 с.

Дементьев Ю. В., Кулик Е. Н., Дергачева Е. В. Построение планетарной цифровой модели рельефа и её приложения // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2010. Том 1.

Левицкая З. Н. Статистические модели аномальных характеристик гравитационного поля Земли. Гравиметрические исследования на море // Труды МГУ. 1988. С. 26–46.

Литинский Е. И. Метод построения цифровой модели рельефа // Сборник трудов Военно-космической академии имени А. Ф. Можайского. 2019. Вып. 5 (672). С. 174–181.

Нейман Ю. М. Расчет проекта дискретизации аномалии силы тяжести в ближней зоне при высокоточных определениях высот квазигеоида и уклонений отвеса // Сборник трудов МГУГиК. 1991 С. 82–95.

ALOS Global Digital Surface Model "ALOS World 3D — 30 m" (AW3D30) [Электронный ресурс]. URL: https://www.eorc.jaxa.jp/ALOS/en/aw3d30/data (дата обращения: 03.11.2021).

Copernicus Space Component Data Access PANDA Catalogue [Электронный ресурс]. URL: https://www. panda.copernicus.eu/web/cds-catalogue/panda (дата обращения: 03.11.2021).